МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования

Бубер Ирина Сергеевна

«Создание дистанционной школы юного математика для 11 класса в LMS-Moodle»

Дипломная работа

Научный руководитель:
Доцент Позняк Ю.В.

Допущена к защите
«___» ____________ 2014г.
Зав. кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования
кандидат физ.-мат. наук, доцент В.С. Романчик
____

Минск 2014

Оглавление

Реферат

Дипломная работа 91 с., 3 ч., 27 рис., 23 источника.

Ключевые слова: ДИСТАНЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ, ДИСТАНЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА

Объектом исследования является дистанционное обучение математике в системе LMS-Moodle.

Цель работы: создание дистанционной математической школы для 11 класса.

Основной результат состоит в том, что была создана тематико-временная структура дистанционной школы, разработана методика организации занятий в ней, проведена рекламная кампания, осуществлены сопровождение и поддержка занятий.

Abstract

Graduation work 91 pages, 3 parts, 16 pictures, 23 sources.

Keywords: DISTANCE LEARNING, DISTANCE MATH SCHOOL

Object of research: distance learning math in the system Moodle

Objective: To create distance mathematical school for 11 class. *The main result* is in creating of structure of lessons in distance math school, developing the technique of the organization of classes in it, an advertising campaign, a realization maintenance and support activities.

Рэферат

Дыпломная работа 91 с., 3 ч., 11 мал., 19 крыніц.

Ключавыя словы: ДЫСТНЦЫЙНАЕ НАВУЧАННЕ, ДЫСТАНЦЫЙНАЯ МАТЭМАТЫЧНАЯ ШКОЛА

Аб'ектам даследавання з'яўляецца. дыстанцыйнае навучанне матэматыцы ў сістэме LMS-Moodle.

Мэта работы: стварэнне дыстанцыйнай матэматычнай школы для 11 класа

Асноўны вынік складаецца ў тым, што была створана тэматыка-часовая структура дыстанцыйнай школы, распрацавана методыка арганізацыі заняткаў у ёй, праведзена рэкламная кампанія, ажыццёўлены суправаджэнне і падтрымка заняткаў.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ И ТЕРМИНОВ

CMS — Content Management System (система управления содержимым)

LMS — Learning Management System (система управления обучением)

ДШЮМ — Дистанционная школа юного математика

Дистанционное обучение (ДО) — тип обучения, основанный на образовательном взаимодействии удаленных друг от друга педагогов и учащихся, реализующемся с помощью компьютеров, телекоммуникационных технологий и ресурсов сети Интернет.

ЦТ — Централизованное тестирование

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях жизни человеку, чтобы завоевать и удержать «место под солнцем», просто необходимо иметь возможность для постоянного развития, совершенствования. В первую очередь это касается образования. В связи с этим все более популярным становится дистанционное обучение (ДО), так как оно имеет ряд плюсов, которые для многих людей являются преобладающими при выборе способа получения образования.

К плюсам ДО можно отнести [1]:

- обучение в индивидуальном темпе;
- свобода и гибкость;
- доступность;
- мобильность;
- технологичность.

Таким образом, в ДО каждому может быть предоставлена возможность самому устанавливать скорость изучения материала в зависимости от его личных обстоятельств и потребностей, выбрать любой из многочисленных курсов обучения, самостоятельно планировать время, место и продолжительность занятий. Мобильность проявляется в эффективной реализации обратной связи между преподавателем и обучающимся. Под технологичностью понимают использование новейших информационных технологий.

К недостаткам ДО относят ***отсутствие очного общения между преподавателем и обучащимся***, так как это усложняет реализацию индивидуального подхода. Результат обучения напрямую зависит от самостоятельности и сознательности обучающегося, поэтому просто необходим ***ряд индивидуально-психологических условий***, чтобы помочь обучающемуся с самодисциплиной. Для обучения дистанционно важно ***быть технически оснащенным***, хотя в наши дни мало у кого нет компьютера и выхода в Интернет. При ДО ***отсутствует возможность попрактиковаться в изложении своих знаний устно***.

Несмотря на то, что ДО уже прочно вошло в нашу жизнь, большая часть исследований в этой области связано с высшей школой. Высшее образование дистанционно можно получить в некоторых университетах Беларуси, например, в Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники.

Но не менее важным является организация дистанционного обучения для учащихся общеобразовательных школ, так как существуют причины, по которым очное обучение становится недоступным: болезнь; ограниченные возможности; проживание в отдаленных районах (желание обучаться на профильном уровне тому или иному предмету, и при этом отсутствие возможности посещать какие-либо очные курсы); временное отсутствие учителей по отдельным учебным предметам.

В Интернет довольно много дистанционных курсов по различным предметам для школьников. Вот некоторые из них:

- Дистанционная школа Центра информатизации образования Калининградского областного института развития образования [2];
- «Школа-плюс», Новосибирск [3];
- Дистанционна школа «Летидор»[4];
- Аккредитованная и лицензированная интернет-школа «Просвещение» [5];
- Русская Дистанционная Школа «Российский Аттестат» при научно-педагогическом центре «Макаренко» [6];
- Дистанционная школа «Досвита» [7];
- UMS-школа (Universal Math Solver) [8];
- Очно-заочная школа по математике и информатике Белорусского государственного унивеситета при факультете прикладной математики и информатики [9] ;
- Дистанционное обучение при Лицее БГУ [10].

Во всех вышеперечисленных школах обучение осуществляется на платной основе. Большая часть из них для реализации процесса обучения использует систему LMS-Moodle, остальные для обратной связи используют рассылку по электронной почте и программу Skype.

Для реализации технологий ДО в БГУ также используется платформа LMS-Moodle.

Цель данной работы: создать дистанционную школу юного математика для 11 класса, которая бы позволила учащимся подготовиться к обучению на мехмате, повысить свой уровень знаний по математике и подготовиться к сдаче централизованного тестирования (ЦТ).

Для достижения цели работы, необходимо выполнить следующие задачи:

- изучить научно-методическую литературу по ДО, проанализировать результаты научных исследований;
- изучить возможности LMS-Moodle для дистанционной школы юного математика (ДШЮМ);
- создать тематико-временную структуру ДШЮМ;
- разработать методику организации занятий в ДШЮМ;
- провести рекламную кампанию;
- сопровождать и поддерживать занятия.

Так как не во всех школах существует возможность изучать математику углубленно, а в сети содержится недостаточное количество материала повышенного уровня сложности по предмету, это позволяет нам говорить об актуальности создания дистанционной математической школы.

ГЛАВА 1
ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ДИСТАНЦИОННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ

1.1 Общие сведения

Для дистанционного обучения характерны все присущие образовательному процессу компоненты: смысл, цели, содержание, организационные формы, средства обучения, система контроля и оценки результатов.

Существуют различные модели ДО, но важнейшими из них являются [11]:

- интеграция очных и дистанционных методик обучения;
- сетевое обучение:
  - автономные сетевые курсы;
  - информационно-предметная среда;
- сетевое обучение и кейс-технологии;
- ДО на базе интерактивного телевидения или компьютерных видеоконференций.

Интеграция очных и дистанционных методик обучения — наиболее перспективная модель, которая применима как к вузовскому образованию, так и к школьному [11].

Дистанционное обучение включает профильные курсы, курсы для углубления и (или) ликвидации пробелов, самостоятельную проектную деятельность обучающихся, работу по индивидуальным программам, консультации, совместную деятельность обучающихся, практические работы.

Сетевое обучение (рисунок 1.1) больше предназначено для овладения отдельным учебным предметом, углубления знаний или устранения пробелов в них по данному предмету. При правильной организации эта модель обучения может полностью заменить очное обучение.

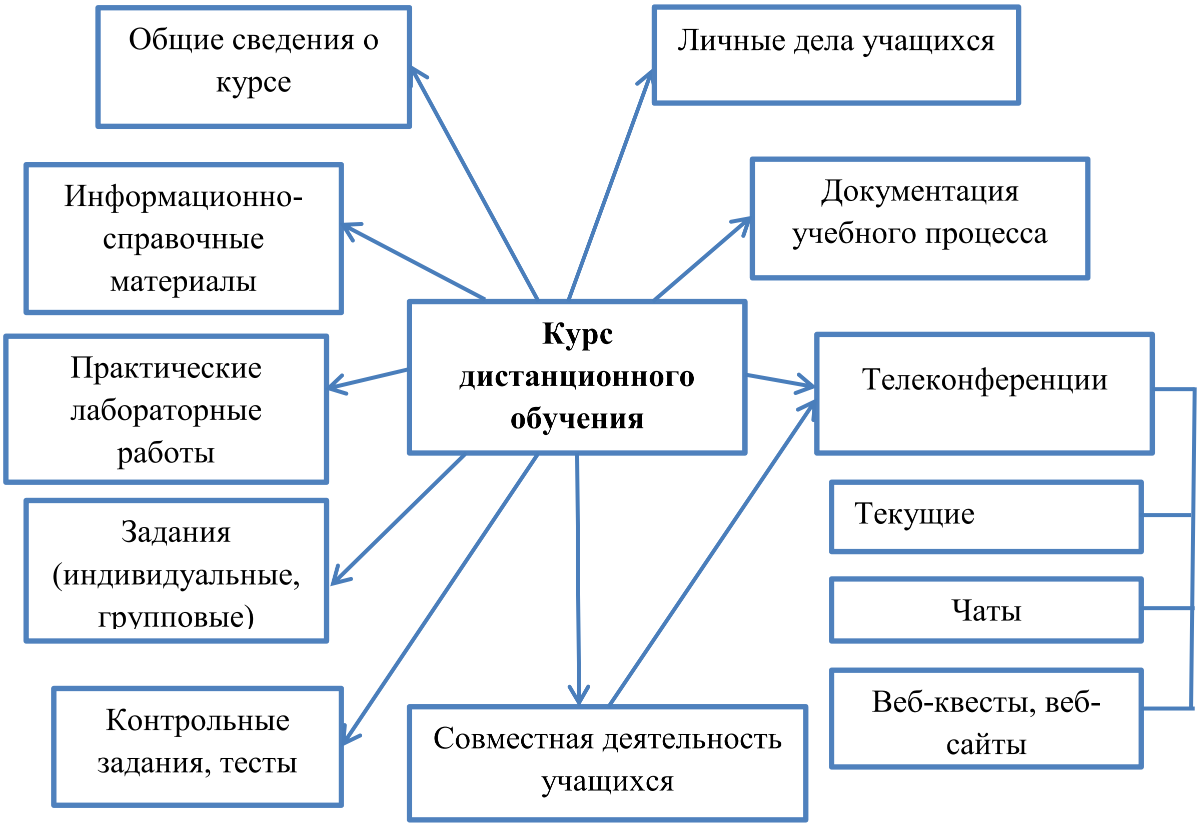


Рисунок 1.1. Модель сетевого курса дистанционного обучения

Модель сетевого обучения и кейс-технологий предназначена для дифференциации обучения. В создании электронных сетевых учебников нет большой необходимости, так как уже существует множество печатных учебников, которые утвердило министерство образования, и они доступны в Интернет. Эффективнее строить обучение, используя уже готовый материал, а новые пособия применять для углубления материала или для его разъяснения, контроля и тестирования.

Модель интерактивного телевидения связана с телевизионными технологиями и пока очень дорогая. Это трансляция занятий с помощью видеокамер и телевизионного оборудования на расстояние. Данная модель работает по принципу телемоста, при этом полностью имитируя очную форму. Поэтому она требует обязательного присутствия в установленное время.

1.2 Возможности LMS-Moodle

Moodle предлагает широкий спектр возможностей для полноценной поддержки процесса обучения в дистанционной среде — разнообразные способы представления учебного материала, проверки знаний и контроля успеваемости.

Для представления теоретического материала в Moodle наиболее приемлемым является использование так называемых «ресурсов курса» — это содержимое (контент), т. е. теоретические материалы для изучения, которые преподаватель размещает в разделах курса [12, с 72]. Они могут быть представлены в виде файлов, которые загружаются в базу данных Moodle, или в виде ссылок на внешние сайты. Система Moodle позволяет использовать в качестве ресурсов курса самые разнообразные форматы электронных документов.

К ресурсам Moodle относятся:

- страница;
- книга;
- гиперссылка;
- файл;
- пояснение.

«Страница» — ресурс «веб-страница» , созданный с помощью текстового редактора (рисунок 1.2). Страница может отображать текст, изображения, звук, видео, веб-ссылки и внедренный код.

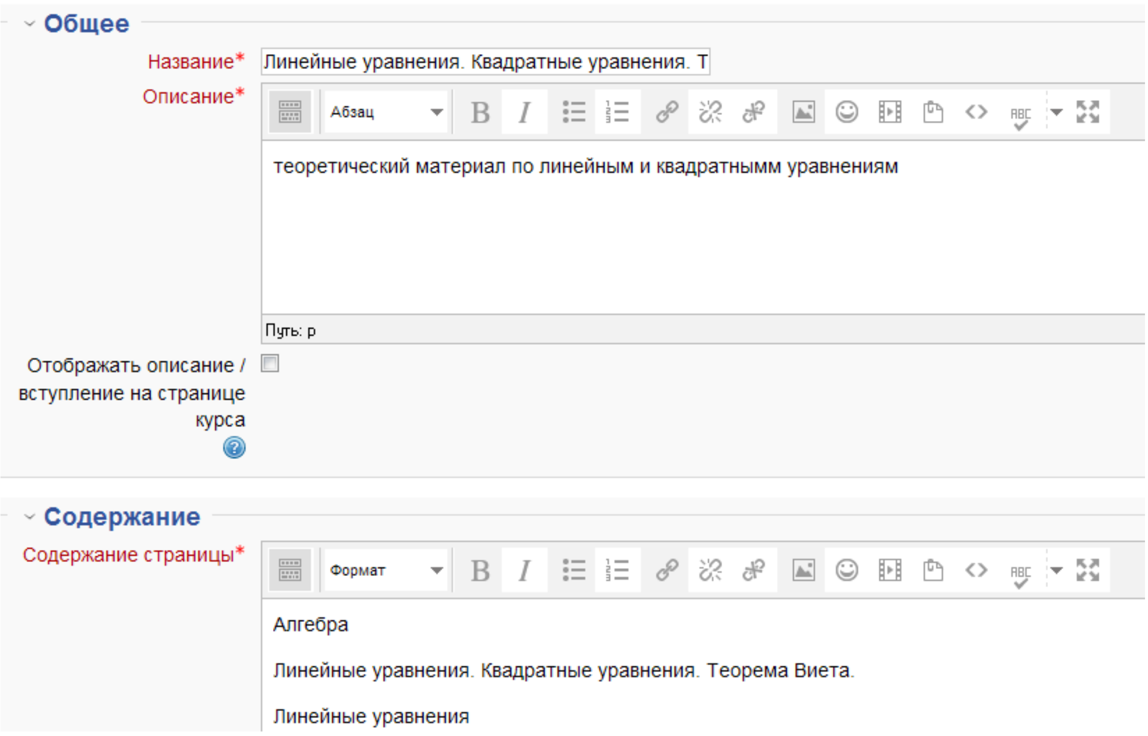


Рисунок 1.2. Вид страницы в режиме редактирования

Книга — это многостраничный учебный материал [12, с. 93]. Этот ресурс используется, когда необходимо объединить несколько документов или статей, связанных общей тематикой (рисунок 1.3).

Он имеет содержание, которое отображается в левой части, и сам текст. Оглавление содержит только 2 уровня заголовков.

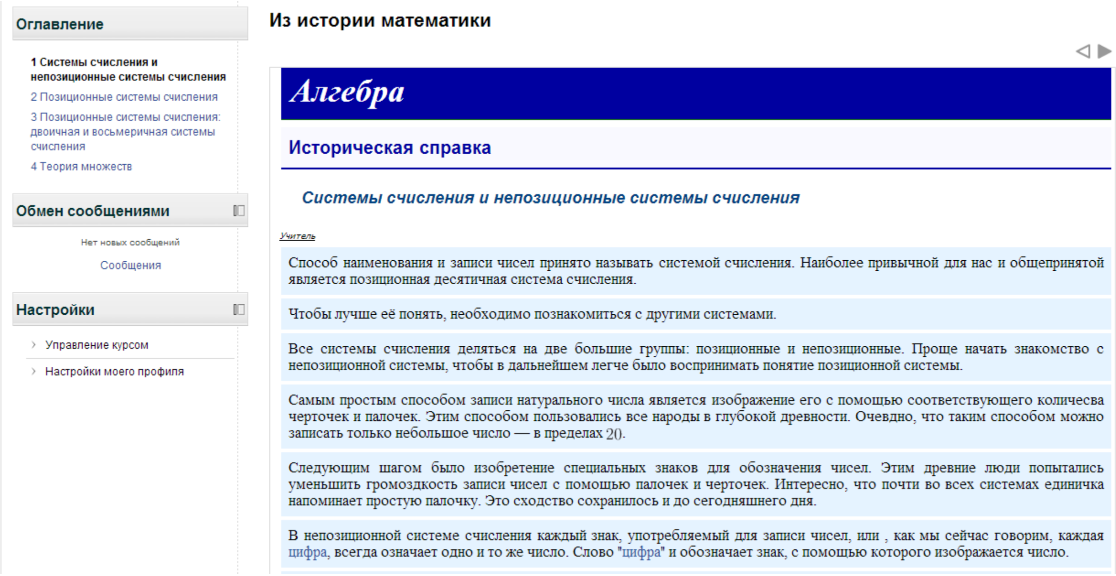


Рисунок 1.3. Общий вид ресурса «Книга»

Навигация по ресурсу осуществляется с помощью оглавления и с помощью кнопок-стрелок.

Гиперссылка — ресурс, который позволяет добавить ссылку на другие веб-сайты. При добавлении ссылки на внешний сайт необходимо указывать его полный URL-адрес.

Ссылка на файл аналогична гиперссылке, но только этот файл должен был обязательно загружен на сервер. На загружаемые файлы существует ограничение по размеру. Файлы могут иметь различный формат: .docx, .xlsx, pptx, .html, .pdf, .swf, .gif, .jpg и т д. В дальнейшем эти файлы можно открыть с помощью соответствующего приложения, установленного на компьютере.

Еще одним ресурсом, который применяется в Moodle, является Пояснение. Пояснение — это ресурс, который непосредственно отображается на главной странице курса в теме или в другом разделе, в зависимости от формата курса [12, с. 79].Оно используется для описания учебных материалов и для привлечения внимания пользователей, может содержать картинки и ссылки.

Чтобы организовать самостоятельную работу обучающихся в Moodle предусмотрено добавление в курс отдельных активных элементов.

Активные элементы — это то, что в очном образовании можно назвать внелекционной активностью обучающихся [12, с. 91].

В ДО эта активность имеет коммуникативный характер. В первую очередь, к таким элементам относят формы общения: чаты, форумы, обмен сообщениями; а также электронные уроки, семинары, совместную проектную деятельность, например составление глоссария. К формам активности относятся и формы проверки знаний: тесты, задания, опросы [12, с 91-92]. Наиболее распространенные активные элементы представлены в таблице 1.1.

Реже используются такие элементы, как анкета, анкетный опрос, рабочая тетрадь, база данных, диалог, модуль SCORM и модуль Wiki, упражнение.

Анкета — это заранее разработанный элемент для сбора информации, который может помочь в изучении психологического климата в коллективе.

Анкетный опрос отличается от анкеты тем, что позволяет преподавателю вводить в анкету различные типы вопросов, т.е. не является статичным.

Рабочая тетрадь является дистанционным аналогом письменной контрольной работы или реферата. В ней он отвечает на поставленный преподавателем вопрос или высказывается на определенную тему. Свой ответ он сможет позже редактировать.

Упражнение — элемент, в котором студенту необходимо выполнить практическое задание, которое ему дал преподаватель. Это может быть очерк, отчет, презентация и т. д. После выполнения он сам оценивает свою работу. Итоговая оценка зависит от качества выполнения задания и от оценки учащегося.

Таблица 1.1. Активные элементы Moodle

Название элемента	Его характеристика
Задание	Задание позволяет преподавателю составить задачу, которая требует от студентов подготовить ответ в электронном виде (в любом формате) и загрузить его на сервер. После проверки задания преподаватель может выставить оценку и написать рецензию на работу.
Форум	Форум — это средство общения участников курса (преподавателей и студентов) при его изучении.
Семинар	Семинар — это вид занятий, где каждый студент не только выполняет свою работу, а и оценивает результаты работы других студентов. Итоговая оценка учитывает не только качество собственных работ, но и их деятельность в качестве рецензентов.
Тест	Включает разнообразные типы заданий. Проверка ответов происходит автоматически.
Занятие (Lesson)	Теоретический материал разбит на несколько частей; для изучения следующего раздела нужно правильно ответить на вопрос. Учебный материал можно выдавать по частям, в конце каждой части задавать вопросы и, в зависимости от ответов направлять процесс обучения по той или иной ветви изучения материала.
Чат	Модуль «Чат» дает возможность участникам курса проводить обсуждения в реальном времени через Интернет. Общение в чате предполагает одновременное присутствие преподавателей и слушателей в курсе. Чаты можно использовать для проведения online-консультаций студентов с преподавателями.
Опрос	Опрос позволяет задать студентам какой-то вопрос с выбором одного или нескольких вариантов ответов.
Глоссарий	Глоссарий — это словарь терминов и понятий, используемых в курсах.

ГЛАВА 2
МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ДИСТАНЦИОННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ

2.1 Тематико-временная структура ДШЮМ

Дистанционная школа юного математика организована в виде курса системы Moodle.

Программа курса составляется исходя из тех знаний и умений, которые обучающиеся должны получить в результате его прохождения. В результате анализа соотношения приобретаемых знаний и умений мы получаем согласование теоретической и практической составляющих курса.

Чаще всего для декомпозиции содержания применяют тематический и временной принципы [13, с 109].

В результате декомпозиции в соответствии с первым принципом получаем иерархическую структуру, аналогичную содержанию традиционно учебника. «Тематическая структура отражает состав и подчиненность основных компонентов содержания, способствуя формированию целостного представления о курсе» [13, с 109].

На основании второго принципа содержание подразделяется на последовательность структурных единиц, таких как теория, упражнения, самостоятельные и контрольные задания и т.д.

Декомпозиция в соответствии только с одним из этих принципов несет ряд недостатков, поэтому возникает необходимость их комбинирования. Таким образом, сначала содержание декомпозируется по тематическому основанию, а затем на образованную иерархическую структуру накладывается временное деление, отражающее методические ориентиры [13, с. 110]. При создании программы дистанционной математической школы мы ориентировались на программу очной школы юных математиков на механико-математическом факультете для 11 класса (таблица 1.2).

Таблица 1.2. Программа обучения в очной школе юных математиков

Тема	Количество занятий
1. Тождественные преобразования алгебраических выражений	1
2. Линейные уравнения. Квадратные уравнения. Теорема Виета. Квадратные неравенства	0,5
3. Нахождение корней многочленов. Теорема Безу	0,5
4. Рациональные уравнения	1
4. Рациональные уравнения	1
5. Уравнения с модулем	1
6. Неравенства с модулем	1

7. Иррациональные уравнения	1
8. Рациональные неравенства. Метод интервалов	0,5
9. Иррациональные неравенства	0,5
10. Линейные системы. Рациональные системы. Иррациональные системы	1
11. Арифметическая и геометрически прогрессии	1
12.Текстовые задачи	
12.1 Задачи на числа и числовые зависимости	1
12.2 Задачи на проценты и части	0,5
12.3 Задачи на смеси и сплавы	0,5
12.4 Задачи на работу	0,5
12.5 Задачи на движение	1
12.6 Задачи с неравенствами и с целочисленными неизвестными	0,5
12.7 Задачи на исследование решений	0,5
13.Функции и их свойства.	
13.1 Понятие функции. Основные свойства элементарных функций и их графики	0,5
13 2 Линейная, квадратичная, функция $y = \|x\|$, функция $y = k/x$, функция , степенная функция	0,5
13.3 Показательная и логарифмические функции	0,5
13.4 Тригонометрические функции	0,5
14. Тождественные преобразования тригонометрических выражений и выражений, содержащих обратные тригонометрические функции	1
15. Тригонометрические уравнения	1,5
16. Тригонометрические неравенства и системы	0,5
17. Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений	1
18. Показательные уравнения, неравенства и системы	1
19. Логарифмические уравнения, неравенства и системы	1
20. Производная функция и ее применение для решения задач. Касательные к графику функции	1
21 .Задачи с параметрами	1
22. Нестандартные задачи, функциональные и графические методы решения нестандартных задач	1
23. Планиметрия	
23.1 Прямоугольный, равнобедренный, произвольный треугольники.	1

Теоремы синусов и косинусов	
23.2 Подобные треугольники, пропорциональные отрезки, площадь треугольника, метод площадей	1
23.3 Четырехугольники	1
23.4 Углы в окружности, хорды, касательные и секущие	0,5
23.5 Вписанные и описанные окружности, взаимное расположение окружностей, углов и треугольников	0,5
23.6 Задачи на отыскивание геометрических фигур с экстремальными элементами, разные задачи	1
24.Стереометрия.	
24.1 Параллелепипеды. Призмы	1
24.2 Пирамиды	1
24.3 Тела вращения	0,5
24.4 Вписанные, описанные тела	0,5
24.5 Сечения, пересекающие плоскости, пересекающиеся многогранники	1
Итого	32

На протяжении 2013-14 учебного года в эту программу вносились изменения с целью адаптации под дистанционное обучение. На данный момент ДШЮМ включает в себя 30 занятий, продолжительность каждого из них составляет 1 или 2 недели (таблица 1.3).

Таблица 1.3. Программа обучения в ДШЮМ

№ п/п	Тема	Кол-во недель
1.	Тождественные преобразования алгебраических выражений	1
2.	Линейные уравнения. Квадратные уравнения. Теорема Виета	1
3.	Нахождение корней многочленов. Теорема Безу	1
4.	Рациональные уравнения, сводящиеся к квадратным. Методы решения	2
5.	Рациональные уравнения (продолжение)	2
6.	Неравенства второй степени. Рациональные неравенства	1
7.	Уравнения с модулем	1
8.	Неравенства с модулем	1
9.	Иррациональные уравнения и неравенства	1
10.	Треугольники	1

11.	Подобные треугольники, пропорциональные отрезки, площадь треугольника, метод площадей	1
12.	Углы в окружности, хорды, касательные и секущие. Вписанные и описанные окружности	2
13.	Параллелограммы и трапеции. Площади	1
14.	Текстовые задачи на проценты и части	1
15.	Текстовые задачи на движение и совместную работу	1
16.	Текстовые задачи на числа и числовые зависимости	1
17.	Прогрессии	1
18.	Понятие функции	1
19.	Показательная и логарифмическая функции. Тригонометрические функции	1
20.	Тождественные преобразования выражений, содержащих тригонометрические и обратные тригонометрические функции	1
21.	Тригонометрические уравнения	1
22.	Тригонометрические неравенства	1
23.	Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений	1
24.	Показательные уравнения и неравенства	1
25.	Логарифмические уравнения, неравенства, системы показательных и логарифмических уравнений	1
26.	Призма. Параллелепипед	1
27.	Пирамиды	1
28.	Тела вращения. Вписанные, описанные тела	1
29.	Наибольшие и наименьшие значения геометрических величин	1
30.	Задачи, сводящиеся к системам уравнений и неравенств в целых числах	1

Разработанная модель соответствует базовым принципам декомпозиции содержания, поэтому в результате мы получили иерархическую структуру, на которую наложены временные рамки.

2.2 Организация деятельности коллектива разработчиков

При подготовке традиционного учебно-методического пособия имеет место четкое разграничение компетенций авторов и специалистов, обеспечивающих техническую сторону выпуска издания (верстку, оформление, размножение и т д.). Работа авторов завершается сдачей рукописи в редакцию. То, что для компьютерных средств обучения нет необходимости в выпуске на бумажном носителе, способствует упрощению в обновлении и развитии продукта. Но исходить из рассуждений, что создание дистанционных обучающих курсов аналогично выпуску традиционного издания, нельзя. При изготовлении бумажного учебника дидактика прорабатывается авторами, и технические специалисты ее не касаются. Возложение дидактических задач на IT-специалистов может привести к тому, что они будут создавать учебные средства, которые оснащены самыми передовыми технологиями, но при этом все равно будут малоэффективными. Поэтому создание сетевых курсов требует специализации его разработчиков.

Выделяют четыре базовые категории [13, с. 13]:

- авторы учебного материала;
- компьютерные методисты;
- системотехники;
- специалисты по реализации курсов.

Компьютерный методист — это специалист, владеющий компьютерной дидактикой и ориентирующийся в предметной области [13, с. 13] . Компьютерный методист занимается формированием структуры, выбором психолого-методической стратегии и дидактических приемов, определяет виды и формы контроля, которые будут использованы, а также критерии оценки знаний и умений.

Системотехник — специалист по образовательным информационным технологиям, руководящий реализацией обучающих средств и владеющий основами компьютерной дидактики [13, с. 14].

Системотехник формирует модель учебного материала и архитектуру обучающего курса, формализует дидактические приемы, выбирает инструментальные средства, координирует деятельность специалистов по реализации.

Взаимосвязь разработчиков курса отражена на рисунке 1.4.

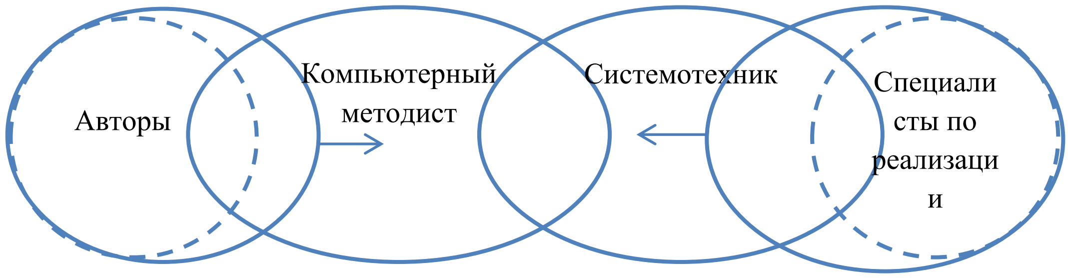


Рисунок 1.4. Соотношение компетенций категорий разработчиков

Компетенции обозначены овалами. Стрелки символизируют их сближение. Пунктирные линии — исходные границы компетенций авторов и компьютерщиков, которые не знакомы с дидактикой и технологией создания обучающих курсов. Таким образом, компьютерный методист и системотехник выполняют интегрирующие функции, обеспечивая связь остальных разработчиков.

Схема, указанная на рисунке 1.4, применяется тогда, когда создание дистанционных курсов «поставлено на поток». В случае же создания курса на базе готовых материалов такая схема претерпевает существенные изменения.

Так при создании курса ДШЮМ были задействованные такие компетенции, как администратор, редактор и методист, специалисты по реализации. В обязанности администратора входит создание занятий и их администрирование. Методист занимается отбором материалов для занятий. Только после редактирования к материалам открывается доступ.

Большую часть технической работы по набору и форматированию текстов, а также разработке иллюстративных материалов проделали студенты 3-5 курсов в качестве специалистов по реализации.

2.3 Методика организации занятий

Организация занятий в ДШЮМ соответствует сетевой модели дистанционного обучения (рисунок 1.1).

Каждое занятие состоит из теоретического материала по рассматриваемой теме, примеров решения задач, списка ссылок на видеоуроки, задания для самостоятельного решения с разобранными решениями, контрольного задания и ответов к нему. В некоторых занятиях присутствуют тестовые задания.

Для представления теоретического материала предпочтение было отдано ресурсам «книга», «страница» и гиперссылке на уже существующий материал в курсах «Элементарная математика. Геометрия» (http://www.dl.bsu.by/course/view.php?id=304) и «Элементарная математика. Алгебра» (http://www.dl.bsu.by/course/view.php?id=305). Недостающая информация предоставлена преподавателями механико-математического факультета, которые проводят занятия в Школе юных математиков. Практически во всех теоретических материалах присутствуют интерактивные изображения, созданные в Geogebra.

Видеоматериалы для заданной темы отбирались с российского образовательного портала http://interneturok.ru/ru / . На данный момент на этом портале размещено более 4000 видеоуроков и более 3000 конспектов к ним, и все они находятся в свободном доступе.

Как правило, ссылки на видеоуроки располагаются списком после теоретического материала и примеров решения задач. Если видеоуроков много, то для ссылок на них создается ресурс «страница» и они помещаются на ней.

Обучающимся также предлагаются условия задач для самостоятельного решения. В течение определенного времени они выполняют эти задания. Затем открывается доступ к подробным решениям, чтобы они могли сверить их со своими.

В процессе электронного обучения обратная связь учителя и ученика затруднена. В результате возникает вопрос о возможности эффективного электронного обучения в случае, когда взаимодействие с учеником не является таким эффективным, как при проведении обучения в аудиторной форме. Как следствие одним из наиболее существенных компонентов системы дистанционного обучения становится коммуникационный блок, обеспечивающий общение между учениками, учителями и администраторами системы. В первую очередь, использовался форум. Было предложено в самом начале несколько тем, в том числе «обсудим нашу работу», куда было отослано около 30 сообщений. На первом этапе учащиеся проявляли достаточную активность, но с течением времени преподаватели стали все меньше внимания уделять этому виду коммуникации, перестали «провоцировать» учеников на общение. В конце концов, такое общение свелось к нулю. По-видимому, необходимо привлекать к работе по организации ДШЮМ других узкопрофильных специалистов для модерирования и поддержки форума.

В ДШЮМ реализовано оценивание работы обучающихся посредством введения контрольных заданий. Ученики решают поставленные задачи, затем фотографируют, сканируют или набирают текст решения в каком-либо редакторе, и прикрепляют файлы к контрольному заданию. Результаты проверки правильности их работ с комментариями ученики могут просматривать в отзывах к контрольному заданию, не выходя из системы.

Если в процессе решения задач возникают затруднения, возможно проведение online-консультаций.

ГЛАВА 3
ОРГАНИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ В ДШЮМ

3. 1 Реализация занятия «Показательные уравнения и неравенства»

Проиллюстрируем сказанное выше на примере реализации занятия 24 «Показательные уравнения и неравенства».

Структура занятия изображена на рисунке 2.1.

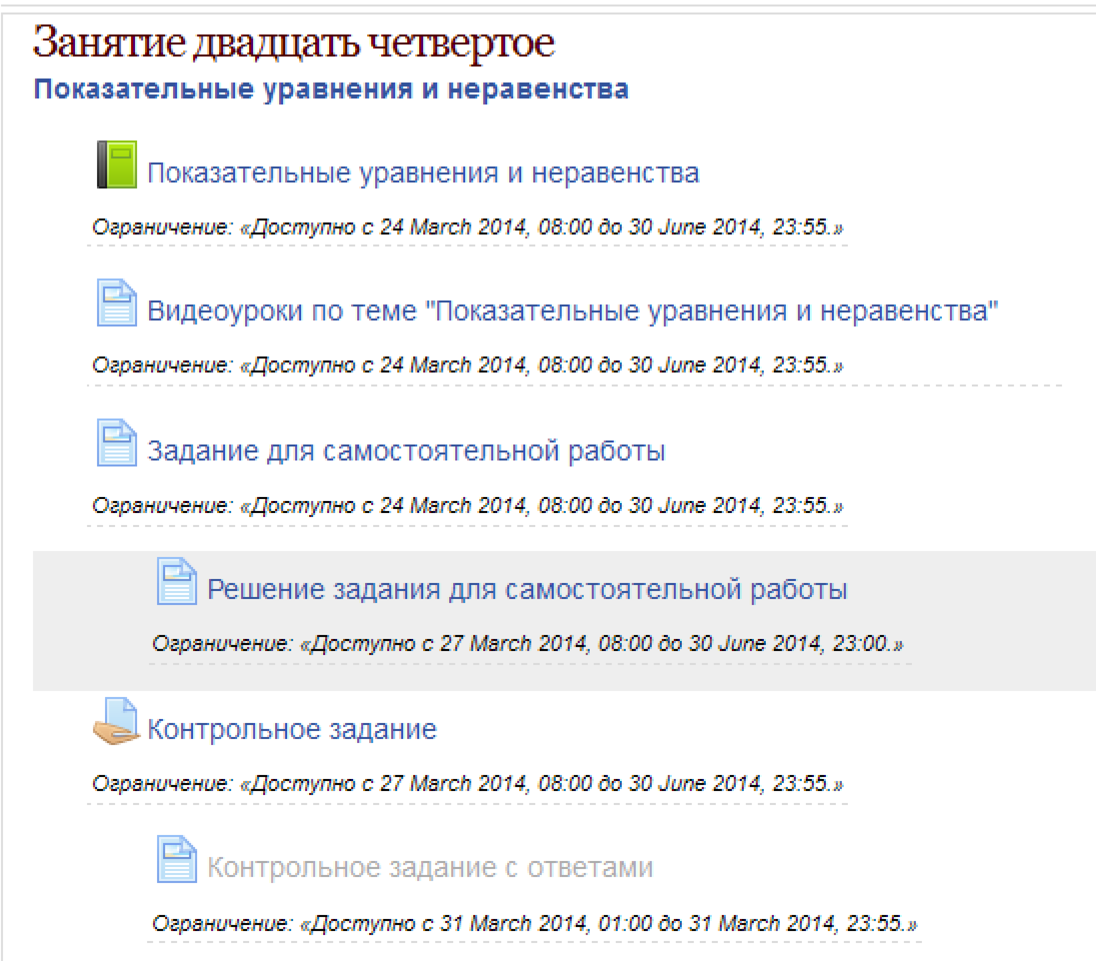


Рисунок 2.1. Структура занятия 24

Теоретический материал изложен, используя ресурс «книга». Теория разбита на два параграфа: «Показательные уравнения» и «Показательные неравенства» (рисунок 2.2).

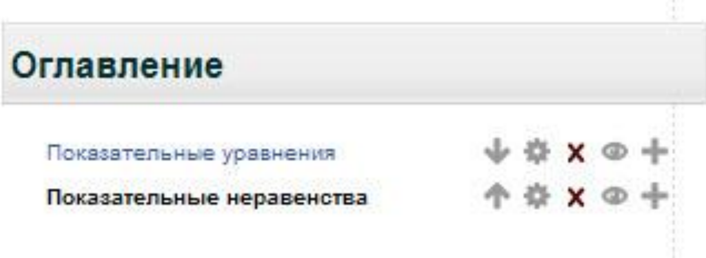


Рисунок 2.2. Оглавление ресурса «книга» в режиме редактирования

Ниже приводим оформленный в принятом стиле теоретический материал для указанного занятия.

Алгебра

Показательные уравнения и неравенства

Показательные уравнения

Если имеем уравнение вида $a^{f(x)} = b(a > 0)$, то при

1) $b \le 0 \Rightarrow x \in \varnothing$

2) а) $b > 0, a \ne 1 \Rightarrow f(x) = \log_a b$, б) $b > 0, a = 1 \Rightarrow a^{f(x)} \equiv 1$, $x \in D(f)$ при $b = 1$, $x \in \varnothing$при $b \ne 1$.

Рассмотрим примеры решения показательных уравнений.

Пример 1.

Решить уравнение $3^{x^2-5x+6} = 1$.

Решение:

Применив тождество (3) $a^0 = 1$, имеем $x^2 - 5x + 6 = 0$. Отсюда $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

Ответ:

$2; 3$

Пример 2.

Решить уравнение $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$.

Решение:

Заметим, что $\frac{3}{7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{-1}$ и перепишем наше уравнение в виде $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{3}{7}\right)^{-7x+3}$.

Применив тождество (1) $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$, получим $3x - 7 = -7x + 3$, $x = 1$.

Ответ:

1

Пример 3.

Решить уравнение $0,125 \cdot 4^{2x-8} = \left(\frac{0,25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$.

Решение:
Переходя к основанию степени 2,
получим $\frac{1}{8}\cdot 2^{2(2x-8)}=\left(\frac{1}{4}\cdot 2^{-\frac{1}{2}}\right)^{-x}$ или $2^{-3}\cdot 2^{2(2x-8)}=\left(2^{-2}\cdot 2^{-\frac{1}{2}}\right)^{-x}$.
Согласно тождеству (2) $a^x\cdot a^y=a^{x+y}$ будем иметь $2^{-3+2(2x-8)}=\left(2^{-2-0,5}\right)^{-x}$.
Пользуясь тождеством (5) $(a^x)^y=a^{xy}$, запишем $2^{-3+4x-16}=2^{2,5x}$.
Последнее уравнение по тождеству (1) равносильно
уравнению $-3+4x-16=2,5x$, откуда $x=\frac{38}{3}$.

Ответ:
$\frac{38}{3}$

Пример 4.
Решить уравнение $5^{2x-1}+5^{x+1}=250$.

Решение:
Применим тождество (2) и запишем исходное уравнение в виде
$5^{2x}\cdot 5^{-1}+5^x\cdot 5-250=0$.
Подставим $5^x=t>0$в последнее уравнение, получим $\frac{1}{5}t^2+5t-250=0$.
Отсюда $t_1=-50$, $t_2=25$. Значение $t_1=50$не удовлетворяет условию $t>0$.
Значит, $5^x=25$, $x=2$.

Ответ:

2

Пример 5.
Решить уравнение $9^x+6^x=2\cdot 4^x$.

Решение:
Разделим обе части уравнения на 4^x:
$\left(\frac{9}{4}\right)^x+\left(\frac{6}{4}\right)^x-2=0$, или $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}+\left(\frac{3}{2}\right)^x-2=0$.
Обозначим $\left(\frac{3}{2}\right)^x=t(t>0)$; тогда последнее уравнение запишется так:
$t^2+t-2=0$, $t_1=-2$, $t_2=1$.
Значение t_1не удовлетворяет условию $t>0$. Следовательно, $\left(\frac{3}{2}\right)^x=1$, $x=0$.

Ответ:
0

Решение уравнений вынесением общего множителя за скобку рассмотрим на следующих примерах.

Пример 6.
Решить уравнение $5^{x+1}-5^{x-1}=24$.

Решение:
В левой части уравнения вынесем за скобку общий множитель 5^{x-1}:
$5^{x-1}(5^2-1)=24$.
Получим $5^{x-1}=1$, откуда $x-1=0$, $x=1$.

Ответ:
1

Пример 7.
Решить уравнение $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$.

Решение:
После вынесения за скобку в левой части 6^x, в правой 2^xполучим $6^x(1+6) = 2^x(1+2+4)$, или $6^x = 2^x$.
Разделим обе части уравнения на $2^x \neq 0$: $3^x = 1$, $x = 0$

Ответ:
0

Алгебра

Показательные уравнения и неравенства

Показательные неравенства

При решении неравенств $a^{f(x)} > b(a > 0)$, если
1) $b \leq 0$, то $x \in D(f)$,
2) $b > 0$, то
$f(x) > \log_a b$ при $a > 1$,
$f(x) < \log_a b$ при $0 < a < 1$;
при $a = 1$ неравенство равносильно числовому неравенству $1 > b$.
Рассмотрим решение некоторых показательных неравенств.

Пример 1.
$2^{x+2} > (\frac{1}{4})^{\frac{1}{x}}$.

Решение:

По тождеству (5) имеем $2^{x+2} > 2^{-\frac{2}{x}}$. Так как основание $2 > 1$, то $x + 2 > -\frac{2}{x}$ (знак неравенства сохраняется). Решив последнее неравенство, получим $x \in (0, +\infty)$.

Ответ:
$(0, +\infty)$

Пример 2.
$(1,25)^{1-x} < (0,64)^{2(1+\sqrt{x})}$.

Решение:

Запишем исходное неравенство в виде $(\frac{5}{4})^{1-x} < (\frac{16}{25})^{2(1+\sqrt{x})}$или $(\frac{4}{5})^{x-1} < (\frac{4}{5})^{2 \cdot 2(1+\sqrt{x})}$.
Так как основание $0 < \frac{4}{5} < 1$, то последнее неравенство равносильно неравенству $x - 1 > 4(1+\sqrt{x})$(знак неравенства меняется на противоположный!). Далее имеем $x - 4\sqrt{x} - 5 > 0$, откуда $(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 1) > 0$, т.е. $\sqrt{x} > 5$. Окончательно получим $x > 25$.

Ответ:
$(25, +\infty)$

Задание для самостоятельного решения содержит от 5 до 15 задач в зависимости от изучаемой темы. Задачи для самостоятельной и контрольной работы подбирались из учебного пособия [14]. Задачи размещены по возрастанию уровня сложности и рассчитаны на применение различных свойств темы.

После каждой задачи в самостоятельном задании даны ответы.

Алгебра

Показательные уравнения и неравенства

Задание для самостоятельной работы

Задача 1

Решить уравнение: $\frac{0{,}2^{x+0{,}5}}{\sqrt{5}} = \frac{(0{,}04)^x}{25}$

Ответ:

-1

Задача 2

Решить уравнение: $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$

Ответ:

$\frac{2}{7}$

Задача 3

Решить уравнение: $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$

Ответ:

$1; 2$

Задача 4

Решить уравнение: $2^{x+1} \cdot 5^x = 200$

Ответ:

2

Задача 5

Решить уравнение: $2^{2x-3} = 4^{x^2-3x-1}$

Ответ:

$2 - \sqrt{\frac{7}{2}}; 2 + \sqrt{\frac{7}{2}}$

Задача 6

Решить уравнение: $4^{\frac{1}{x}-2} = \frac{\lg\sqrt{10}}{2}$

Ответ:

1

Задача 7

Решить уравнение: $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\lg 4}{\lg 8}$

Ответ:

2

Задача 8

Решить уравнение: $\sqrt[x-4]{5^{\frac{x}{\sqrt{x}+2}} \cdot 0,2^{\frac{4}{\sqrt{x}+2}}} = 125 \cdot (0,04)^{\frac{x-2}{x-4}}$

Ответ:

9

Задача 9

Решить уравнение: $4^{\lg x+1} - 6^{\lg x} - 2 \cdot 3^{\lg x^2+2} = 0$

Ответ:

10^{-2}

Задача 10

Решить неравенство: $16^x > 0,125$

Ответ:

$(-\frac{3}{4}; +\infty)$

Задача 11

Решить неравенство: $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{2+5x}} < \frac{25}{4}$

Ответ:

$(-\infty; -2) \cup (-\frac{2}{5}; +\infty)$

Задача 12

Решить неравенство: $x^2 \cdot 5^x - 5^{2+x} < 0$

Ответ:

$(-5; 5)$

Задача 13

Решить неравенство: $(0,3)^{2+4+6+...+2x} > (0,3)^{72}, x \in N$

Ответ:

$(1; 2; 3; 4; 5; 6; 7)$

Задача 14

Решить неравенство: $3^{\lg x+2} < 3^{\lg x^2+5} - 2$

Ответ:

$(10^{-2}; +\infty)$

Задача 15

Решить неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+\frac{1}{2}-\frac{2}{x}} > \frac{1}{\sqrt{27}}$

Ответ:

$(-\infty; -1) \cup (0; 2)$

Решения задач из «Задания для самостоятельной работы»:

Алгебра

Показательные уравнения и неравенства

Решения Задания для самостоятельной работы

Задача 1

Решить уравнение: $\frac{0,2^{x+0,5}}{\sqrt{5}} = \frac{(0,04)^x}{25}$

Решение:

Переходя к основанию степени 5, получим

$\frac{5^{-x-0,5}}{5^{\frac{1}{2}}} = \frac{5^{-2x}}{5^2}$.

Согласно тождеству (2) будем иметь $5^{-x-1} = 5^{-2x-2}$.

Это уравнение в соответствии с тождеством (1) равносильно уравнению $-1 - x = -2x - 2$.

Откуда $x = -1$.

Ответ:

-1

Задача 2

Решить уравнение: $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$

Решение:

Приведем к основанию степени 3:

$3^{2|3x-1|} = 3^{8x-2}$.

Согласно тождеству (1) последнее уравнению равносильно

$2|3x-1| = 8x - 2$, или $|3x-1| = 4x - 1$.

Это уравнение имеет решение, если $4x - 1 \geq 0$.

Т. е. $x \geq \frac{1}{4}$.

$3x - 1 = 4x - 1$или $3x - 1 = -4x + 1$

$x = 0$или $x = \frac{2}{7}$

$x = 0$— не подходит.

Ответ:

$\frac{2}{7}$

Задача 3

Решить уравнение: $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$

Решение:

Разделим обе части уравнения на 16^x:

$64 \cdot (\frac{9}{16})^x - 84 \cdot (\frac{12}{16})^x + 27 = 0$, или $64 \cdot (\frac{3}{4})^{2x} - 84 \cdot (\frac{3}{4})^x + 27 = 0$.

Обозначим $(\frac{3}{4})^x = t$, $t > 0$; тогда последнее уравнение можно записать так:

$64t^2 - 84t + 27 = 0$.

Где $t_1 = \frac{9}{16}$, $t_2 = \frac{3}{4}$. Тогда $x_1 = 2$, $x_2 = 1$.

Ответ:

$1; 2$

Задача 4

Решить уравнение: $2^{x+1} \cdot 5^x = 200$

Решение:

Разделим обе части уравнения на 2:

$2^x \cdot 5^x = 100$. По свойству (4) $(2 \cdot 5)^x = 100$, или $10^x = 10^2$.

Откуда $x = 2$.

Ответ:

2

Задача 5

Решить уравнение: $2^{2x-3}=4^{x^2-3x-1}$

Решение:

Приведем к основанию степени 2:

$2^{2x-3}=2^{2x^2-6x-2}$. Согласно свойству (1) это уравнение равносильно следующему $2x-3=2x^2-6x-2$, или $2x^2-8x+1=0$.

Следовательно $x_1=2-\sqrt{\frac{7}{2}}$, $x_2=2+\sqrt{\frac{7}{2}}$.

Ответ:

$2-\sqrt{\frac{7}{2}}; 2+\sqrt{\frac{7}{2}}$

Задача 6

Решить уравнение: $4^{\frac{1}{x}-2}=\frac{\lg\sqrt{10}}{2}$

Решение:

Преобразуем правую часть, используя свойство (9) $4^{\frac{1}{x}-2}=\frac{1}{2}\frac{\lg 10}{2}$ и домножим обе части уравнения на 4:

$4^{\frac{1}{x}-1}=1.$

По свойствам (1) и (3) $\frac{1}{x}-1=0$. Откуда $x=1$.

Ответ:

1

Задача 7

Решить уравнение: $\left(\frac{4}{9}\right)^x\cdot\left(\frac{27}{8}\right)^{x-1}=\frac{\lg 4}{\lg 8}$

Решение:

Преобразуем правую часть уравнения по свойству (11) $\frac{\lg 4}{\lg 8}=\log_8 4$.

Используя свойство (14) $\log_8 4=\log_{2^3}2^2=\frac{2}{3}\log_2 2=\frac{2}{3}$.

Левую часть приведем к основанию степени $\frac{2}{3}$:

$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{3-3x}=\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+3-3x}=\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x}$. Таким образом, $\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x}=\frac{2}{3}$. Пользуясь свойством (1), получим $-x+3=1$. Откуда $x=2$.

Ответ:

2

Задача 8

Решить уравнение: $\sqrt[x-4]{5^{\frac{x}{\sqrt{x}+2}}\cdot 0,2^{\frac{4}{\sqrt{x}+2}}}=125\cdot(0,04)^{\frac{x-2}{x-4}}$

Решение:

Приведем к основанию степени 5:

$\left(5^{\frac{x}{\sqrt{x}+2}}\cdot 5^{-\frac{4}{\sqrt{x}+2}}\right)^{\frac{1}{x-4}}=5^3\cdot 5^{-2\left(\frac{x-2}{x-4}\right)}$.

Применим свойство (2) и запишем

$5^{\frac{x-4}{\sqrt{x}+2}\cdot\frac{1}{x-4}}=5^{\frac{3x-12-2x+4}{x-4}}$ или $5^{\frac{1}{\sqrt{x}+2}}=5^{\frac{x-8}{x-4}}$.

По свойству (1) последнее уравнение равносильно уравнению $\frac{1}{\sqrt{x}+2}=\frac{x-8}{x-4}$ или $x-4=(x-8)(\sqrt{x}+2)$.

$(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)=(x-8)(\sqrt{x}+2)$. Так как $\sqrt{x}+2\neq 0$, то после преобразований получим $x-\sqrt{x}-6=0$.

Обозначим $\sqrt{x}=t$, тогда уравнение примет вид $t^2-t-6=0$. Откуда $t_1=-2$, $t_2=3$. Следовательно $x=9$.

Ответ:

9

Задача 9

Решить уравнение: $4^{\lg x+1}-6^{\lg x}-2\cdot 3^{\lg x^2+2}=0$

Решение:

Это уравнение равносильно следующему $4\cdot 4^{\lg x}-6^{\lg x}-18\cdot 9^{\lg x}=0$.

Разделим обе части уравнения на $9^{\lg x}$:

$4\cdot(\frac{4}{9})^{\lg x}-(\frac{6}{9})^{\lg x}-18=0$ или $4\cdot(\frac{2}{3})^{2\lg x}-(\frac{2}{3})^{\lg x}-18=0$.

Введем обозначение $(\frac{2}{3})^{\lg x}=t$.

Уравнение примет вид $4t^2-t-18=0$.

Где $t_1=-2$ — не подходит, $t_2=\frac{9}{4}$.

Значит, $(\frac{2}{3})^{\lg x}=\frac{9}{4}$. Откуда $\lg x=-2$, а следовательно $x=10^{-2}$

Ответ:

10^{-2}

Задача 10

Решить неравенство: $16^x>0,125$

Решение:

$16^x>\frac{1}{8}$.

Приведем к основанию степени 2^

$2^{4x}>2^{-3x}$.

Так как основание больше 1, то знак неравенства сохраняется $4x>-3$, т.е. $x>-\frac{3}{4}$.

Ответ:

$(-\frac{3}{4};+\infty)$

Задача 11

Решить неравенство: $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{2+5x}}<\frac{25}{4}$

Решение:

Приведем обе части неравенства к одинаковому основанию:

$\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{2+5x}}<\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$. Так как основание $\frac{2}{5}<1$, то при переходе к степеням знак меняется на противоположный

$\frac{6-5x}{2+5x}>-2$ или $\frac{6-5x+4+10x}{2+5x}>0$.

Это равносильно $\frac{5x+10}{2+5x} > 0$ или $\frac{x+2}{2+5x} > 0$.
Данное неравенство можно заменить следующим $(x+2)(2+5x) > 0$.
Таким образом, $x \in (-\infty; -2) \cup (-\frac{2}{3}; +\infty)$.

Ответ:
$(-\infty; -2) \cup (-\frac{2}{5}; +\infty)$

Задача 12

Решить неравенство: $x^2 \cdot 5^x - 5^{2+x} < 0$

Решение:
Вынесем 5^x за скобки:
$5^x(x^2 - 5^2) < 0$.
Так как 5^x не принимает отрицательных значений, то последнее неравенство равносильно неравенству $(x-5)(x+5) < 0$. Следовательно, $x \in (-5; 5)$.

Ответ:
$(-5; 5)$

Задача 13

Решить неравенство: $(0,3)^{2+4+6+\ldots+2x} > (0,3)^{72}$, $x \in N$

Решение:
Так как основание $0 < 0,3 < 1$, то это неравенство равносильно неравенству $2+4+6+\ldots+2x < 72$(знак меняется), где левая часть является арифметической прогрессией с разностью 2.
$a_n = a_1 + (n-1)d$, где d— разность прогрессии и $a_1 = 2$.
$2x = 2 + (n-1) \cdot 2$, т.е $x = n$. Сумма арифметической прогрессии равна $\frac{2+2n}{2} \cdot n$ и она не должна превышать 72.
$\frac{2+2n}{2} \cdot n < 72$ или $(n+1)n < 72$. Решая это неравенство получим, что $n \in (-9; 8)$, но так как n должно быть натуральным, то $n \in (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7)$.
Следовательно $x \in (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7)$.

Ответ:
$(1; 2; 3; 4; 5; 6; 7)$

Задача 14

Решить неравенство: $3^{\lg x+2} < 3^{\lg x^2+5} - 2$

Решение:
Воспользуемся тождеством (9):
$3^{\lg x+2} < 3^{2\lg x+5} - 2$ или $3^{\lg x+2} < 3 \cdot 3^{2(\lg x+2)} - 2$.
Обозначим $3^{\lg x+2} = t$.
Получим неравенство $3t^2 - t - 2 > 0$, откуда $t \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup (1; +\infty)$. Так как функция $3^{\lg x+2}$ не принимает отрицательных значений, то
$3^{\lg x+2} \in (1; +\infty)$.
$3^{\lg x+2} = 1$.
По свойству (3) $\lg x + 2 = 0$, откуда $x = 10^{-2}$.
Следовательно, $x \in (10^{-2}; +\infty)$.

Ответ:
$(10^{-2};+\infty)$

Задача 15

Решить неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+\frac{1}{2}-\frac{2}{x}} > \frac{1}{\sqrt{27}}$

Решение:

Приведем обе части неравенства к одинаковому основанию:
$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+\frac{1}{2}-\frac{2}{x}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$.
Так как основание $0<\frac{1}{3}<1$, то $x+\frac{1}{2}-\frac{2}{x}<\frac{3}{2}$или $x-\frac{2}{x}-1<0$.
$\frac{x^2-x-2}{x}<0$, что равносильно $(x+1)(x-2)x<0$. Откуда
$x\in(-\infty;-1)\cup(0;2)$.

Ответ:
$(-\infty;-1)\cup(0;2)$

«Контрольное задание» и «контрольное задание» с ответами оформляются также в соответствии с принятым стилем.

Алгебра

Показательные уравнения и неравенства

Контрольное задание

Задача 1

Решить уравнение $\left(\frac{5}{3}\right)^{x+1}\cdot\left(\frac{9}{25}\right)^{x^2+2x-11}=\left(\frac{5}{3}\right)^9$.

Ответ:
$-\frac{7}{2};2$

Задача 2

Решить уравнение $4^x-10\cdot2^{x-1}=24$.

Ответ:
3

Задача 3

Решить уравнение $3^{2x-3}-9^{x-1}+27^{\frac{2x}{3}}=675$.

Ответ:
3

Задача 4

Решить уравнение $\cdot 3^{x+1}-5^{x+2}=3^{x+4}-5^{x+3}$.

Ответ:
-1

Задача 5

Решить уравнение $(3^{x^2-7,2x+3,9}-9\sqrt{3})\lg(7-x)=0$.

Ответ:
$\frac{1}{5}; 6$

Задача 6

Решить уравнение $x^{5\sin 3x+2}=\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Ответ:
$\frac{\pi(6n-(-1)^n)}{18}|n\in Z$

Задача 7

Решить уравнение $\sqrt{7^{2x^2-5x-6}}=(\sqrt{2})^{3\log_2 49}$.

Ответ:
$-\frac{3}{2}; 4$

Задача 8

Решить уравнение $3^{\lg\tan x}-2\cdot 3^{\lg\cot x+1}=1$.

Ответ:
$\arctan 10+\pi n|n\in Z$

Задача 9

Решить уравнение $(\frac{5}{12})^x\cdot(\frac{6}{5})^{x-1}=(0,3)^{-1}$.

Ответ:
-2

Задача 10

Решить уравнение $32^{\frac{x+5}{x-7}}=0,25\cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$.

Ответ:
10

Задача 11

Решить неравенство $(\frac{1}{3})^{\sqrt{x+2}}>3^{-x}$.

Ответ:
$(2;+\infty)$

Задача 12

Решить неравенство $\frac{2^{x-1}-1}{2^{x+1}+1}<2$.

Ответ:
R

Задача 13

Решить неравенство $2^{x+2}-2^{x+3}-2^{x+4}>5^{x+1}-5^{x+2}$.

Ответ:
$(0;+\infty)$

Задача 14

Решить неравенство $(\frac{1}{2})^{\log_2(x^2-1)}>1$.

Ответ:
$(-\sqrt{2};-1)\cup(1;\sqrt{2})$

Задача 15

Решить неравенство $x^2\cdot 2^{2x}+9(x+2)\cdot 2^x+8x^2\le(x+2)\cdot 2^{2x}+9x^2\cdot 2^x+8x+16$.

Ответ:
$[-1;0]\cup[2;3]$

В приложениях Б и В находятся примеры реализации занятия 23 «Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений» и занятия 25 «Логарифмические уравнения, неравенства и системы показательных и логарифмических уравнений», которые были выполнены в рамках данной работы аналогично занятию 24 «Показательные уравнения и неравенства».

3.2 Реализация активного элемента « занятие(lesson)» по теме «Линейные уравнения»

«Занятие» имеет нелинейную траекторию изучения материала. Сначала учащийся изучает теоретический материал, а затем отвечает на задания к нему. После того, как учащийся ответил на задание, он должен сверить свое решение с правильным, которое до этого было закрыто. Чтобы перейти к следующему разделу с теоретическим материалом, необходимо правильно ответить на все вопросы. Если на какой-либо из поставленных вопросов дан неверный ответ, вопрос заменяется аналогичным.

Активный элемент состоит из 4 разделов, связанных между собой с помощью страниц с вопросами, которые объединены в кластеры (рисунок 3.1).

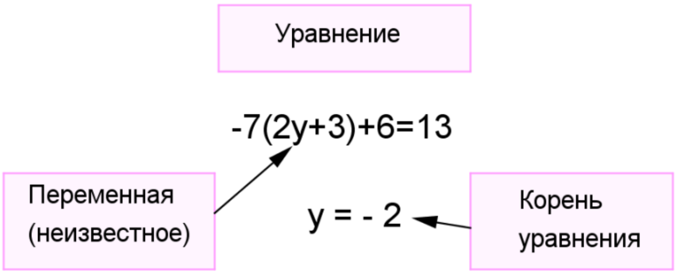
Рисунок 3.1. Структура урока (лекции)

Первый раздел с теоретическим материалом выглядит следующим образом:

Уравнения с одной переменной

Определение 1

Равенство, содержащее одну переменную, называется уравнением с одной переменной. Переменную в уравнении называют также неизвестным. Значение переменной (неизвестного), при котором уравнение превращается в верное числовое равенство, называется корнем (или решением) уравнения.



Решить уравнение — это значит найти все его корни или доказать, что их нет.

Определение 2

Два уравнения называются равносильными, если каждый корень первого уравнения является корнем второго, и наоборот, каждый корень второго уравнения является корнем первого, т. е. они имеют одни и те же корни.

Равносильными считаются и уравнения, которые не имеют корней.

Примеры:

а) Уравнения $x+3=4$ и $x+2=3$ равносильны, так как каждое из них имеет один корень 1.

б) Уравнения $x^2=1$ и $(x-1)(x+1)=0$ равносильны, так как каждое из них имеет одни и те же корни: 1 и -1.

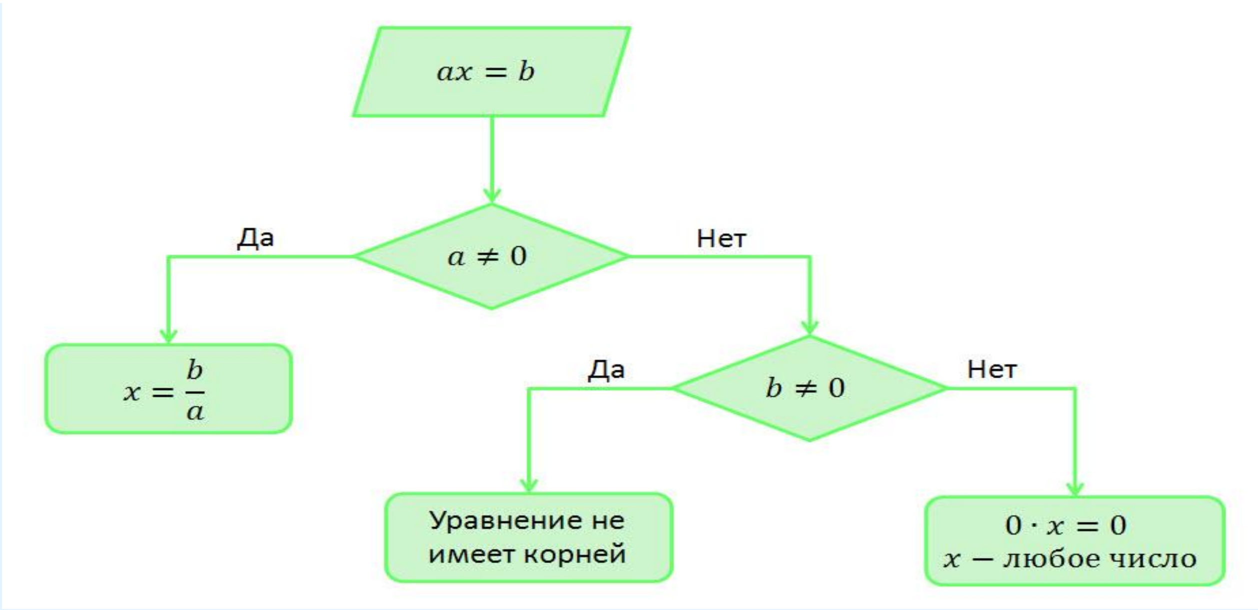
в) Уравнения $x^2+1=0$ и $1=0$ равносильны, так как каждое из них не имеет корней.

Определение 3

Линейным уравнением с одной переменной (с одним неизвестным) называется уравнение вида $ax=b$, где a и b— числа, x — неизвестное.

При решении линейного уравнения нужно обратить внимание на числа a и b. Пусть $a \neq 0$. Тогда левую и правую части уравнения можно разделить на a, получим $x=\frac{b}{a}$. Видим, что линейное уравнение $ax=b$ при $a \neq 0$ имеет единственный корень — число $\frac{b}{a}$. Пусть $a=0$. В этом случае линейное уравнение становится таким: $0 \cdot x = b$. И при $b \neq 0$ оно не имеет корней. Если $b=0$, уравнение принимает вид $0 \cdot x = 0$, и его корнем является любое число.

Схема решения линейного уравнения:



Вопросы к теоретическому материалу находятся в кластерах. Выбор вопроса, на который предстоит ответить учащемуся, происходит случайным образом. Полный перечень вопросов можно увидеть в приложении А.

Второй раздел с теоретический материалом:

Свойства уравнений и следствия из них

Свойство 1

Если к обеим частям уравнения прибавить один и тот же многочлен, содержащий неизвестное (в частности, одночлен или число), то полученное уравнение равносильно данному.

Пример:

Уравнение $17 + x = 22$ имеет единственный корень 5. Прибавив к обеим частям уравнения, например, число -3−3, получим новое уравнение$14 + x = 19$, которое также имеет единственный корень 5и поэтому равносильно данному уравнению $17 + x = 22$. Уравнение $0{,}5x + 3 = 3x - 2$, которое мы решили графически, имеет корень22. Прибавив к обеим частям многочлен $-3x - 3$, получим уравнение, которое после приведения подобных членов примет более простой вид $-2{,}5x = -5$. Отсюда получаем , $x = \frac{-5}{-2{,}5}$, $x = 2$ т. е. тот же единственный корень.

Свойство 2

Если обе части уравнения умножить на одно и то же не равное нулю число, то новое уравнение будет равносильно данному.

Пример:

Например, уравнение $x - 2{,}5 = 0{,}5$, у которого единственный корень 3, после умножения обеих частей на 2 дает новое уравнение $2x - 5 = 1$, имеющее также только корень 3. Уравнение $3x = 36$, имеющее только один корень 12, после умножения обеих частей на $\frac{1}{3}$ дает уравнение $x = 12$, у которого единственный тот же корень.

Следствие 1

Если в обеих частях уравнения имеются одинаковые члены, то их можно опустить.

Пример:

Так, уравнения $3x + 17 = 17$ и $3x = 0$ равносильны на основании следствия 1, так как второе уравнение получено из первого прибавлением к обеим частям -17.

Следствие 2

Любой член уравнения можно перенести из одной части уравнения в другую, переменив знак этого члена на противоположный.

Пример:

Например, уравнения $5x - 9 = 3x + 5$ и $5x - 3x = 5 + 9$ равносильны на основании следствия 2, так как второе уравнение получено из первого прибавлением к обеим частям числа 9 и члена $-3x$.

Следствие 3

Если уравнение содержит дроби, в знаменатели которых не входит неизвестное, то от дробей в уравнении можно освободиться, умножив все члены обеих частей уравнения на наименьшее общее кратное всех знаменателей.

Пример:

Так, уравнения $\frac{x-1}{3} - 5 = \frac{x}{12} + \frac{x+1}{4}$ и $4(x-1) - 5 \cdot 12 = x + 3(x+1)$ равносильны на основании следствия 3.

Замечание

Если знаменатели дробных членов уравнения содержат неизвестное, то после освобождения от дробей может получиться уравнение, не равносильное данному. Например, решая уравнение $\frac{2x}{x-3} - \frac{6}{x-3} = 0$, получаем $2x - 6 = 0$, откуда $2x = 6$, $x = 3$. Число 3 является корнем уравнения $2x - 6 = 0$, но не удовлетворяет данному уравнению, так как знаменатель $x - 3 = 3 - 3 = 0$, что невозможно. Уравнения данное и полученное не равносильны. Корень 3 для данного уравнения посторонний. Однако не всегда в подобных случаях появляется посторонний корень. Так, уравнение $\frac{2+x}{x-2} = 2$ и полученное из него $x + 2 = 2(x-2)$ имеют общий корень 6 (других корней у них нет) и они равносильны. Корень 6 не посторонний, потому что он не обращает знаменатель данного уравнения в нуль.

Следствие 4

Обе части уравнения можно разделись на общий множитель всех членов, если он не содержит неизвестного, или на любое число, отличное от нуля.

Пример

Так, уравнение $25x^2 + 150x = 375$ равносильно уравнению $x^2 + 6x = 15$ (по следствию 4 все три члена разделили на 25, что равносильно умножению на $\frac{1}{25}$). Уравнения $5x = 8$ и $x = 1.6$ также равносильны.

Замечание
Если разделим обе части уравнения $x-3 \quad x-1 = 5(x-1)$ на $x-1$, то получим уравнение $x-3=5$, имеющее только одни корень 8. Подстановкой убедимся, что данное уравнение имеет еще корень 1, а именно: $1-3 \quad 1-1 = 5(1-1)$, $0=0$, . Корень 1 был потерян при делении обеих частей уравнения на множитель $(x-1)$. Итак, делить уравнение на множитель, содержащий неизвестное, нельзя, так как при этом можно потерять корни и получить уравнение, не равносильное данному.

Вопросы ко второму разделу находятся в приложении А.

Третий раздел.

Решение задач с помощью уравнений

При решении задач с помощью уравнений неизвестную величину, значение которой нужно определить, обозначают буквой. Затем, используя эту букву и имеющиеся в задаче данные, составляют два выражения для вычисления значений одной и той же величины. Введенную букву в этих выражениях объявляют переменной, а сами выражения соединяют знаком равенства, получая таким образом уравнение с этой переменной. Решают его. Полученный результат сопоставляют с условием задачи и формулируют ответ.

Задача 1

Девятиклассник Гена для своей сестры Зины составил такую задачу: "Три мальчика нашли 22 гриба, причем второй мальчик нашел на 2 гриба больше, чем первый, и на 15 грибов больше,чем третий. Сколько грибов нашел второй мальчик?"

Зина задачу решала так. Пусть второй мальчик нашел k грибов. Тогда первый мальчик нашел $(k-2)$ грибов, а третий — $(k-15)$ грибов. Учитывая, что втроем они нашли 22 гриба, записываем уравнение: $k+(k-2)+(k-15)=22$. Решим его: $k+k-2+k-15=22$; $3k=39$; $k=13$. Можно было бы уже ответить, что второй мальчик нашел 13 грибов. Но Зина решила проверить, выполняются ли все условия задачи. Пусть второй мальчик нашел 13 грибов. Тогда первый нашел $13-2=11$ грибов, а третий $13-15=-2$ гриба. Но -2 гриба найти невозможно.

Ответ:
Такое распределение грибов у мальчиков невозможно.

Таким образом, в решении задачи можно выделить этапы:
• составление уравнения;
• решение составленного уравнения;
• возможные дополнительные вычисления (в случае необходимости);
• проверка соответствия полученного решения смыслу задачи;
• ответ на вопрос задачи.

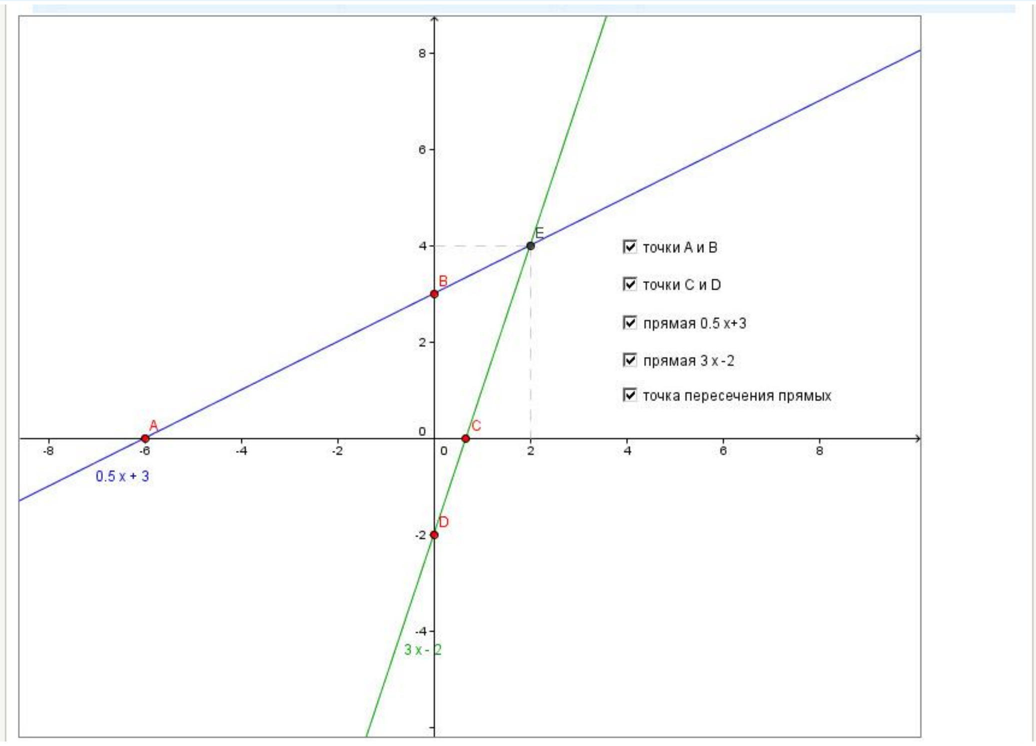
Вопросы к разделу можно посмотреть в приложении А.

Четвертый раздел с теоретическим материалом.

Графический метод решения уравнений

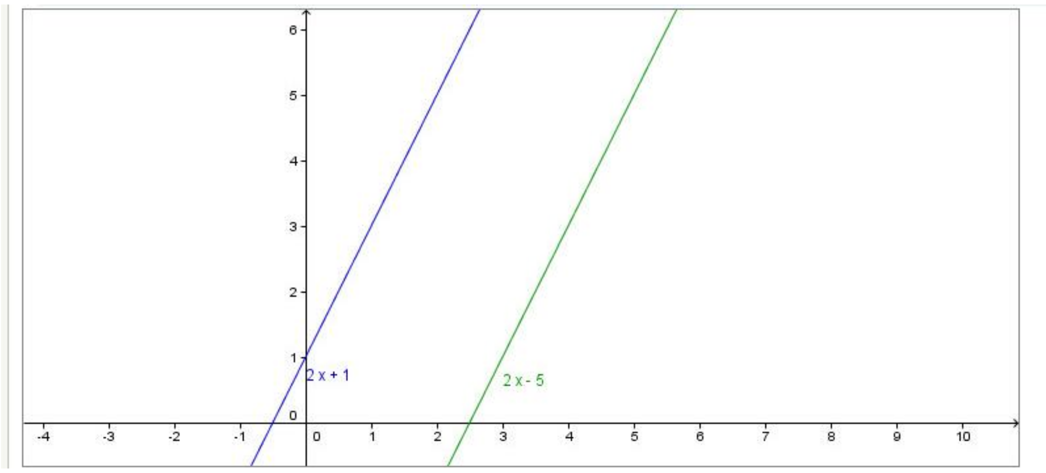
Решим линейное уравнение с одним неизвестным графически, т. е. при помощи графиков двух линейных функций.

1) Для решения уравнения $0,5x+3=3x-2$ требуется найти то значение x, при котором обе линейные функции $0,5x+3$ и $3x-2$ имеют одинаковые значения. На графике это будет абсцисса x общей точки двух прямых — графиков функций $0,5x+3$ и $3x-2$. Построим эти графики. Первый из них пройдет через точки $A(-6;0)$ и $B(0;3)$, а второй — через точки $C(\frac{2}{3};0)$, $D(0;-2)$. Абсцисса 2 общей точки графиков $0,5x+3$ и $3x-2$ является корнем данного уравнения (значение каждой из двух функций равно ординате 4). Уравнение имеет единственный корень $x=2$, так как две прямые пересекаются в единственной точке.

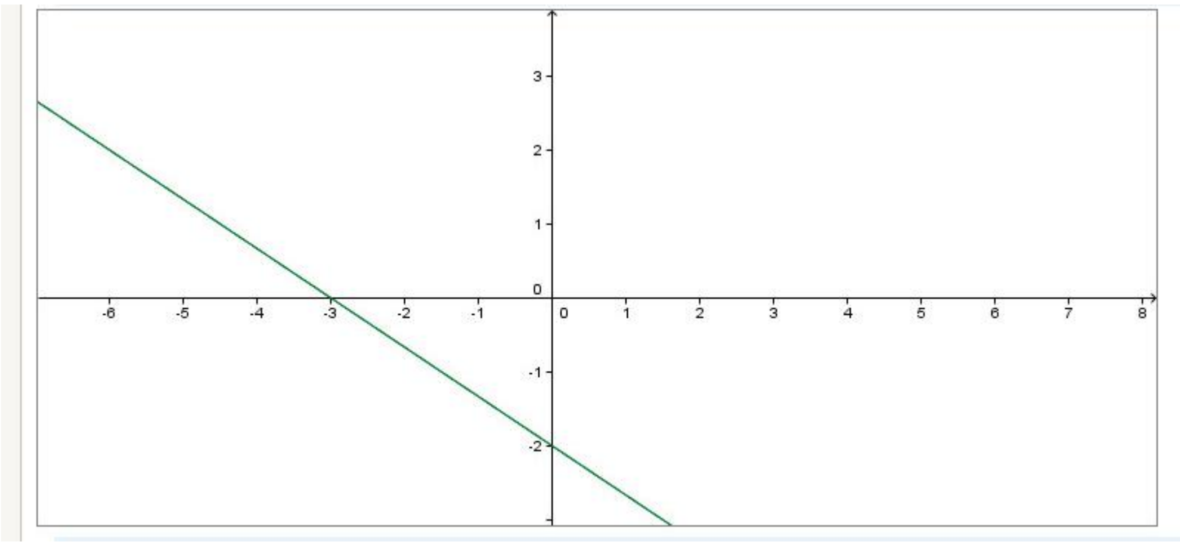


2) Решать графически уравнение $2x+1=2x-5$ не придется, ибо и без построения графиков известно, что прямые $2x+1$ и $2x-5$ параллельны прямой $y=2x$ и, следовательно, параллельны между собой. Графики линейных функций, составляющих данное уравнение, не пересекаются, поэтому эти функции не принимают равных значений ни при каком значении x. Такое уравнение не имеет решения (корня).

3) Обе линейные функции в уравнении $-\frac{2}{3}x - 2 = -\frac{2}{3}x - 2$ одинаковые, поэтому оба графика (прямые) совпадут, все их точки будут общие и при любом значении



абсциссы x функции имеют равные значения. Такое уравнение имеет бесчисленное множество решений; любое значение x является его корнем. Совпадающие прямые проходят через точки $M(0; -2)$ и $N\ \ -3{:}\ 0$.



Поскольку две прямые на плоскости (два графика линейных функций) могут либо пересекаться, либо быть параллельными, либо совпадать, то и линейное уравнение с одним неизвестным может соответственно либо иметь единственный корень, либо не иметь корней, либо иметь их бесчисленное множество.

Вопросы к разделу в приложении А.

3.3 Организация работы ДШЮМ

В начале 2012 года руководство механико-математического факультета приняло решение начать работу по организации дистанционной школы юного математика для 11 класса с сентября месяца 2013 года. На протяжении 2012-2013 учебного года разрабатывалась структура ДШЮМ, подбирались учебные материалы. В начале 2013 года была утверждена окончательная структура ДШЮМ и в цели ММФ по системе менеджмента качества была включена подготовка 15 занятий для дистанционной математической школы. В начале 2014 года в цели по СМК вошла подготовка оставшихся 15 занятий.

Математический контент в системе Moodle начал разрабатываться задолго до появления идеи о создании ДШЮМ. В его создании участвовали как преподаватели ММФ, так и студенты. Работа проводилась в рамках дисциплин «Компьютерный дизайн математического контента» и «Разработка мультимедийных приложений», а также в курсовых, дипломных проектах и на учебных практиках [20].

Создание математического контента для ДШЮМ включает следующие пункты:

- разработка структуры занятий;
- отбор существующего учебного материала, который может быть использован для занятий в дистанционной школе, в сетевых справочных пособиях «Элементарная математика. Алгебра»[16] и «Элементарная математика. Геометрия» [17];
- создание новых ресурсов с теоретическими материалами, которые отсутствуют в вышеупомянутых пособиях;
- подборка задач для самостоятельных и контрольных заданий, а также их решение в случае отсутствия готовых;
- поиск видеоуроков в сети;
- создание интерактивных изображений;
- методика организации дистанционного обучения математике.

Для рекламирования и продвижения сайта ДШЮМ http://www.dl.bsu.by/course/view.php?id=470 была создана PR-группа (руководитель П. Л. Соловьев, преподаватель факультета журналистики), костяк которой составили студенты факультета журналистики БГУ. Они составили план мероприятий по привлечению внимания целевой аудитории к началу деятельности ДШЮМ. Первым шагом стала новость на сайте БГУ о начале регистрации в ДШЮМ: «Дистанционное обучение математике стартует на механико-математическом факультете БГУ. С нынешнего учебного года для старшеклассников разработана новая интерактивная программа, направленная на улучшение знаний в точной науке и эффективную сдачу ЦТ по данному предмету. Доступна она будет в рамках работы «Школы юных математиков». В отличие от других подобных систем подготовки дистанционное обучение обеспечивает доступ к литературе, теоретическому материалу, заданиям, задачам и методам их решения, а также осуществляет контроль и диагностику в режиме онлайн. Разрабатывали и создавали курс преподаватели механико-математического факультета, Лицея БГУ, гимназий и школ. Интерактивная программа особенно важна для школьников из отдаленных регионов нашей страны. Они смогут в течение года пройти довузовскую подготовку по математике, проверить и закрепить свои знания. Контролировать самостоятельную работу старшеклассников, комментировать и объяснять задачи будут преподаватели механико-математического факультета БГУ. Отметим также, что на сегодняшний день в вузе ведется работа по разработке интерактивных программ для школьников 5-9 классов. Запустят их в ближайшее время. Регистрация абитуриентов на дистанционный курс обучения начнется 9 сентября. На сайте ММФ также были размещены соответствующие новости и объявления» [21].

Так как пресс-релиз новостей сайта БГУ рассылается по всей республике, то это сразу же привлекло внимание масс-медиа. Несколько программ белорусского телевидения показали интервью с руководителями факультета и организаторами школы. Информация о начале работы дистанционной школы прошла в различных СМИ: по радио, на интернет-порталах, таких как «Interfax», в газетах, в социальной сети «ВКонтакте» в группе ММФ с (для нее студентами мехмата был смонтирован промо-ролик). На втором этапе PR-кампании в республиканском пресс-центре была проведена пресс-конференция с участием декана механико-математического факультета Медведева Д.Г, начальника отдела веб-проектов и стратегических коммуникаций Позняка Ю.В. и заместителя декана ММФ по профориентационной работе Яблонской А.Г. После этого прошла вторая волна информации в различных республиканских СМИ, появились сообщения, содержащие информацию о ДШЮМ.

Регистрация в ДШЮМ была открыта 9 сентября 2013 года. Доступ к материалам первого занятия был открыт 23 сентября. Его просмотрели более 60 человек с учетом студентов и преподавателей. Решение первого контрольного задания прислали 8 человек.

В дальнейшем работа по поддержке ДШЮМ заключалась в администрировании готовых занятий, рецензировании контрольных заданий и коммуникации с учащимися на форуме.

Администрирование курса включает, прежде всего, установку настроек к ресурсам и активным элементам.

К настройкам страницы относятся внешний вид, общие настройки и ограничение доступа (рисунок 2.3). Так как теоретический материал можно просматривать в любое время, то доступ к странице» с изучаемой темой открывается в понедельник в 8.00 в соответствии с тем, как она идет по программе, а закрывается в конце прохождения всего курса обучения — 30 июня в 23.55. Таким образом, учащиеся в любой момент могут вернуться к теории, которая давалась ранее и повторить ее [22].

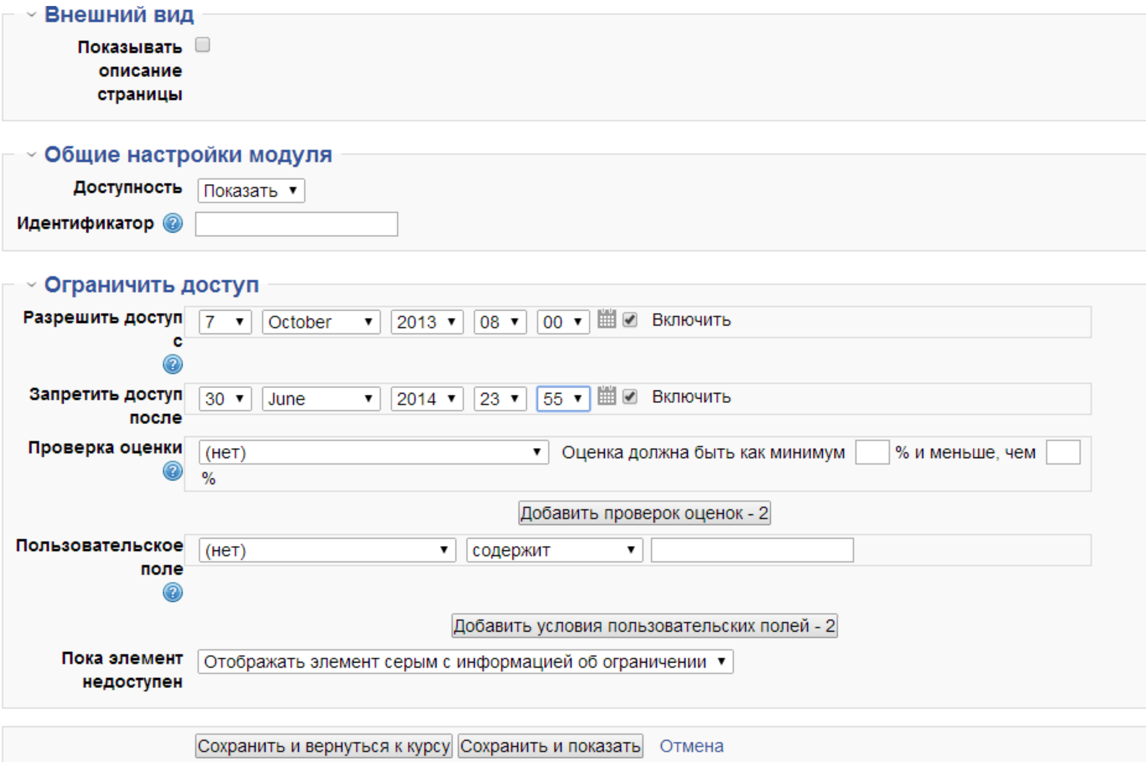


Рисунок. 2.3. Настройки страницы

Ограничение доступа видно не только разработчикам курса, но и самим учащимся (рисунок 2.4).

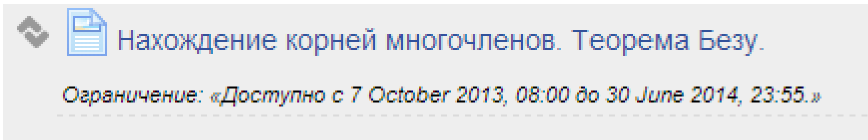


Рисунок. 2.4. Доступ к странице

Отличие в администрировании ресурсов «страница» и «книга» состоит в настройках внешнего вида.

Так как «книга» состоит из глав, то здесь присутствует их форматирование. Разрешены нестандартные заголовки.

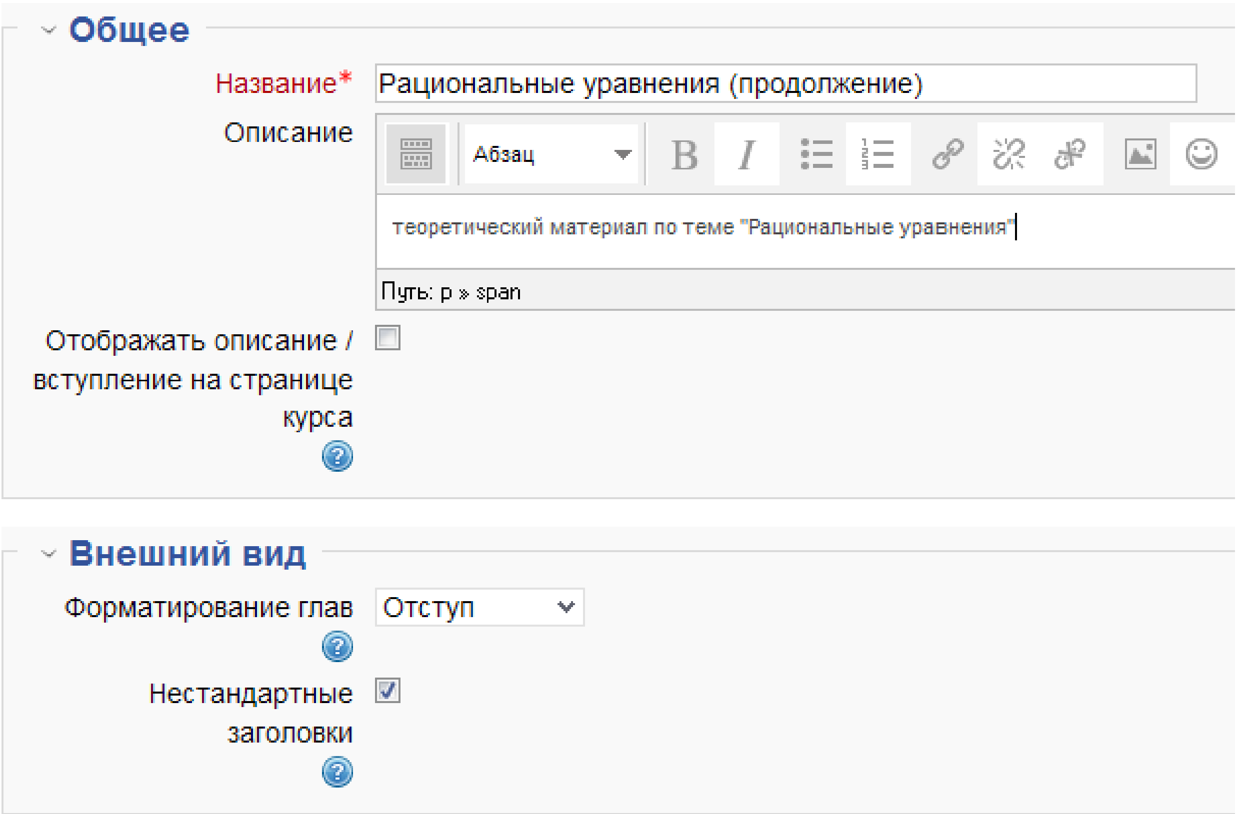


Рисунок 2.5. Настройка ресурса «Книга»

Видеоуроки открываются во всплывающем окне, чтобы учащиеся могли просматривать занятие дальше и им не приходилось потом «возвращаться». При этом установлена ширина и высота всплывающего окна. Описание гиперссылки не отображается для студентов курса.

У видеоуроков такие же ограничения на доступ, как у «книги» и «страницы» (рисунок 2.6).

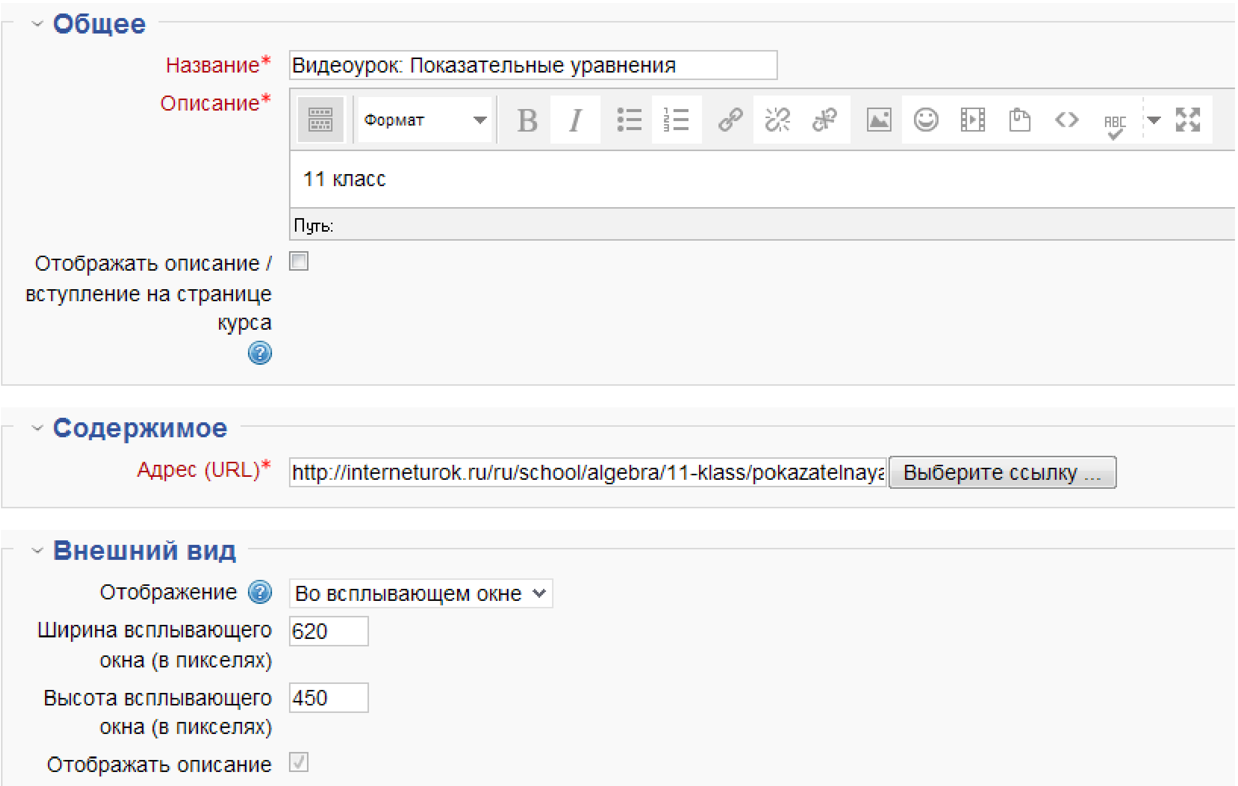


Рисунок 2.6. Настройка видеоуроков

Задание для самостоятельной работы представляет собой ресурс «страница», поэтому в настройках ничего нового не появляется. Доступ к этому ресурсу открывается в понедельник в 8.00 и закрывается в воскресение в 23.55.

Решения Задания для самостоятельной работы оформлены как в виде «страницы», так и в виде «книги». Использование одного из этих ресурсов определяется наличием или отсутствием в решении задач рисунков. При наличии в каждой задаче рисунков используется ресурс «книга». Доступ к решениям открывается в 8.00 утра четверга и закрывается в воскресение в 23.55.

Для Контрольного задания используется активный элемент Moodle — «задание», поэтому с точки зрения администрирования здесь возможностей больше. Так как предполагается, что на Контрольное задание учащиеся отвечают, прикрепив свой ответ в виде файла здесь же в задании, то были установлены следующие ограничения (рисунок 2.7):

- максимальное количество загружаемых файлов — 10 (по страничке на решение каждой задачи);
- допускается текстовый ответ здесь же в задании;
- максимальный размер одного загружаемого файла — 2 Мб.

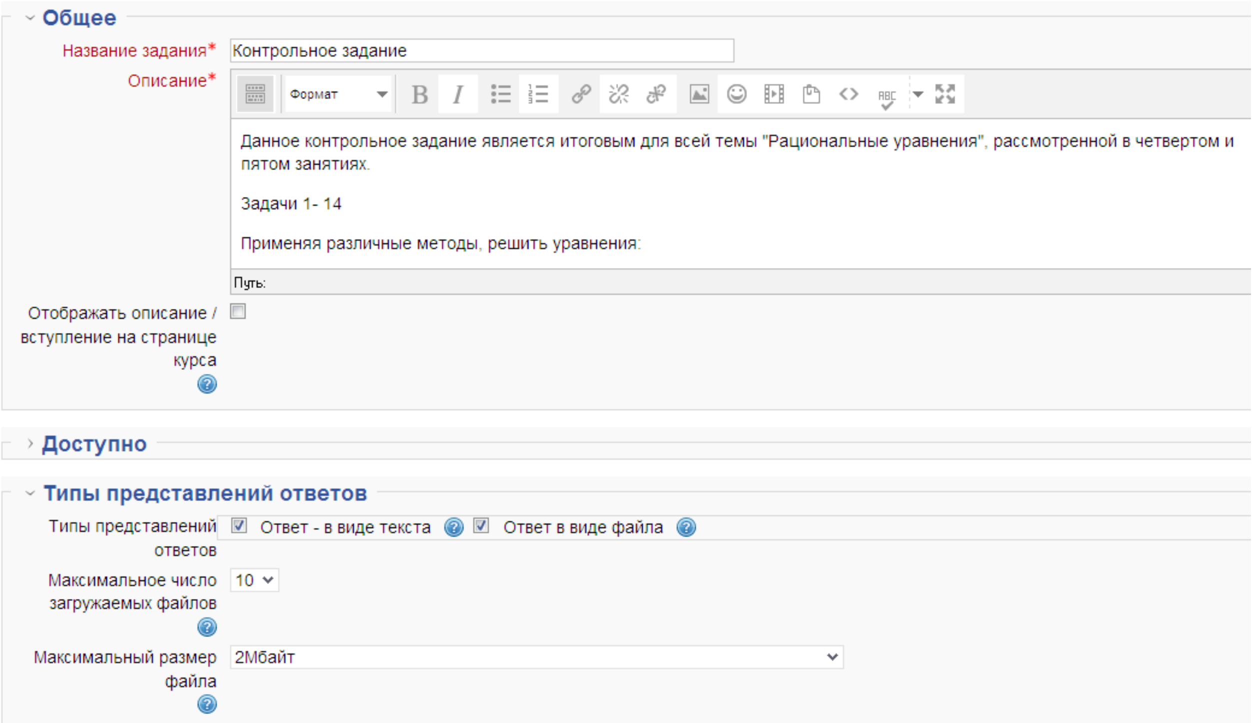


Рисунок. 2.7. Типы представления ответов в Контрольном задании

При оценивании работы учащегося преподаватель всегда оставляет комментарии к выполненным заданиям. Когда решение отправлено в виде рисунка, весьма удобно указать на ошибки учащегося прямо на его рисунке и отправить ему этот файл (рисунок 2.8).

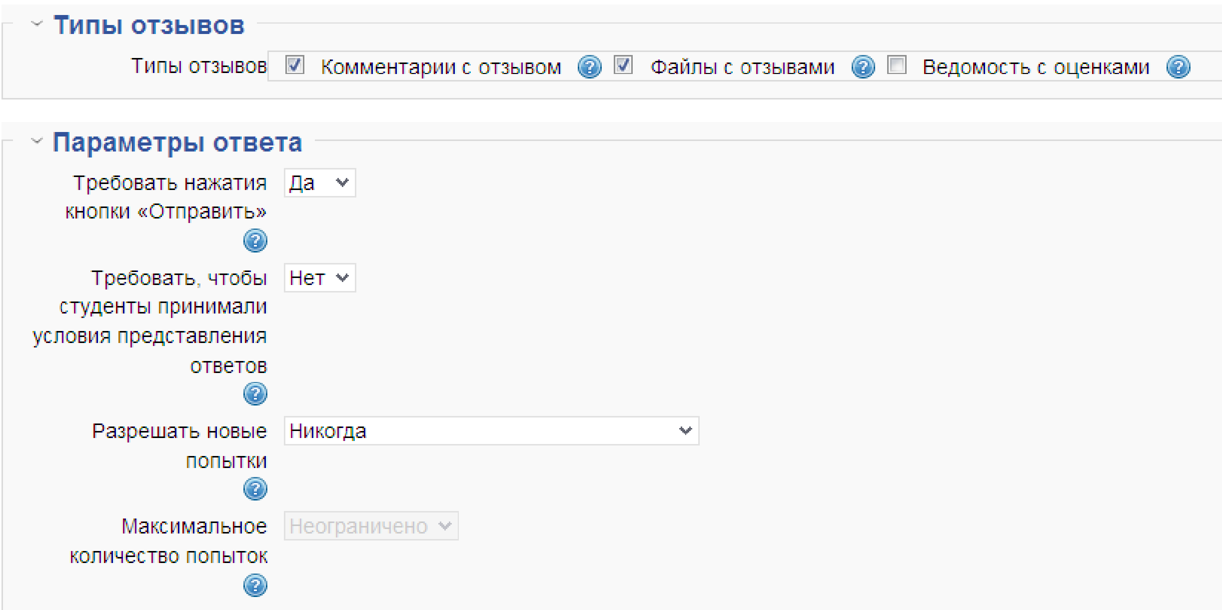


Рисунок 2.8. Типы отзывов и параметры ответа

Контрольное задание открывается в четверг в 8.00 и закрывается в воскресение в 23.55. К этому времени все ответы должны быть отправлены.

Ответы к Контрольному заданию оформляются в виде «страницы», на которой приводятся условия задач и ответы. Доступ к этой «странице» открывается в 1.00 понедельника и закрывается в 23.55 этого же дня.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель, поставленная в задании к дипломной работе, выполнена. Создана дистанционная школа юного математика для 11 класса. На основании изученного опыта и литературных источников, а также возможностей LMS-Moodle была создана тематико-временная структура, ДШЮМ, разработана методика организации занятий в ДШЮМ, организована и проведена рекламная кампания, осуществлено сопровождение и поддержка занятий в 2013-2014 учебном году.

В процессе выполнения дипломной работы были подготовлены и оформлены в принятом стиле:

1) активный элемент «занятие» по теме «Линейные уравнения» с общим количеством вопросов 39;
2) занятие ДШЮМ № 23 «Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений»;
3) занятие ДШЮМ № 24 «Показательные уравнения и неравенства»;
4) занятие ДШЮМ № 25 «Логарифмические уравнения, неравенства и системы».

Отметим, что в начале работы ДШЮМ зарегистрировалось более 150 участников, среди которых были учащиеся, студенты и преподаватели. Активность учащихся проявлялась также и на форумах, но с течением времени количество активно работающих над заданиями учащихся сократилось до 10-15 человек. В конце концов, последнее контрольное задание прислал только один человек. Мы предполагаем, что снижение активности связано с недостаточной работой организаторов на форуме. По-видимому необходимо привлекать к работе по организации ДШЮМ других узкопрофильных специалистов для модерирования и поддержки форума.

Считаем целесообразным в дополнение к имеющимся учебным материалам ДШЮМ разработать по каждой теме активные элементы типа «занятие» по аналогии с тем, как это было сделано по теме «Линейные уравнения».

Кроме того, вполне реально организовать входное и итоговое тестирование по каждой теме.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Вопросы к активному элементу «урок» по теме «Линейные уравнения»

Первый блок вопросов относится к разделу «Уравнения с одной переменной». В нем находится 12 вопросов числового типа и типа «множественный выбор».

Найдите корень уравнения: $9b = 108$.	
	Числовой
Ответ 1:	12
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 2:	-100000:11.99999
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы к уравнению с одной переменной
Ответ 3:	12.00001:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы к уравнению с одной переменной

Рисунок А1. Вопрос 1.1 «Уравнения с одной переменной»

Найдите корень уравнения: $-6y = -132$.	
	Числовой
Ответ 1:	22
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 2:	-100000:21.99999
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы к уравнению с одной переменной
Ответ 3:	22.00001:1000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы к уравнению с одной переменной

Рисунок А2. Вопрос 1.2 «Уравнения с одной переменной»

Найдите корень уравнения:
$8c = -42$.

*В ответе дробную часть отделять от целой с помощью точки.

	Числовой
Ответ 1:	-5.25
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 2:	-5.2500001:100000
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы к уравнению с одной переменной
Ответ 3:	-100000:-5.2499999
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы к уравнению с одной переменной

Рисунок А3. Вопрос 1.3 «Уравнения с одной переменной»

Найдите корень уравнения:
$-14z = -21$

*В ответе дробную часть отделять от целой с помощью точки.

	Числовой
Ответ 1:	1.5
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 2:	-100000:1.499999
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы к уравнению с одной переменной
Ответ 3:	1.500001:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы к уравнению с одной переменной

Рисунок А4. Вопрос 1.4 «Уравнения с одной переменной»

Какие из чисел -7; -2; 4; 8 являются корнями уравнения $(2x-5)(3x+4)=12x+42$?	
	Множественный выбор
Ответ 1:	-7
Комментарий на ответ 1	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 2:	-2
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 3:	4
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 4:	8
Комментарий на ответ 4	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения

Рисунок А5. Вопрос 2.1 «Уравнения с одной переменной»

	Вопрос 2 о корнях уравнения
Какие из чисел -7; -2; 4; 8 являются корнями уравнения $(20-5x)(3x+7)=2x-8$?	
	Множественный выбор
Ответ 1:	-7
Комментарий на ответ 1	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 2:	-2
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 3:	4
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 4:	8
Комментарий на ответ 4	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения

Рисунок А6. Вопрос 2.2 «Уравнения с одной переменной»

Какие из чисел $-7; -2; 4; 8$ являются корнями уравнения $((125x-750)(4-\frac{x}{2})=x^2-8x$?	
	Множественный выбор
Ответ 1:	-7
Комментарий на ответ 1	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 2:	-2
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 3:	4
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 4:	8
Комментарий на ответ 4	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о линейности уравнений

Рисунок А7. Вопрос 2.3 «Уравнения с одной переменной»

Какие из чисел $-7; -2; 4; 8$ являются корнями уравнения $(185+15x)(\frac{x}{7}+1)=7x-x^2$?	
	Множественный выбор
Ответ 1:	-7
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 2:	-2
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 3:	4
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения
Ответ 4:	8
Комментарий на ответ 4	Повтори, пожалуйста, тему "Уравнения с одной переменной" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о корнях уравнения

Рисунок А8. Вопрос 2.4 «Уравнения с одной переменной»

Какое из перечисленных уравнений является линейным?
1) $x^2 + 7 = 8$;
2) $(x - 3)(x + 1) = 4$;
3) $-3 = 7x$;
4) $2|x| = 3$.

	Множественный выбор
Ответ 1:	1)
Комментарий на ответ 1	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 2:	2)
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 3:	3)
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	1
Переход	Свойства уравнений и следствия из них
Ответ 4:	4)
Комментарий на ответ 4	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений

Рисунок А9. Вопрос 3.1 «Уравнения с одной переменной»

Какое из перечисленных уравнений является линейным?
1) $4|x| = 8$;
2) $(x - 1)(x + 2) = 5$;
3) $x^2 + 3 = 4$;
4) $-5 = 10x$.

	Множественный выбор
Ответ 1:	1)
Комментарий на ответ 1	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 2:	2)
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 3:	3)
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 4:	4)
Комментарий на ответ 4	
Баллы за ответ	1
Переход	Свойства уравнений и следствия из них

Рисунок А10. Вопрос 3.2 «Уравнения с одной переменной»

Какое из перечисленных уравнений является линейным?
1) $4x = 24$;
2) $3|x| = 9$;
3) $(x+3)(x-3) = 0$;
4) $x^3 + 1 = 9$.

	Множественный выбор
Ответ 1:	1)
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Свойства уравнений и следствия из них
Ответ 2:	2)
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 3:	3)
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 4:	4)
Комментарий на ответ 4	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений

Рисунок А11. Вопрос 3.3 «Уравнения с одной переменной»

Какое из перечисленных уравнений является линейным?
1) $x^3 - 2 = 25$;
2) $3x = 18$;
3) $2|x| = 10$;
4) $-x^2 + 5 = 14$.

	Множественный выбор
Ответ 1:	1)
Комментарий на ответ 1	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 2:	2)
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	1
Переход	Свойства уравнений и следствия из них
Ответ 3:	3)
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений
Ответ 4:	4)
Комментарий на ответ 4	Повтори, пожалуйста, тему "Линейные уравнения" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о линейности уравнений

Рисунок А12. Вопрос 3.4 «Уравнения с одной переменной»

Второй блок вопросов относится к разделу «Свойства уравнений и следствия из них». В нем содержится 16 вопросов числового типа и типа «истина/ложь».

Верно ли, что, если разделить уравнение на множитель, содержащий неизвестное, получим уравнение, равносильное данному?	
	Истина/ложь
Ответ 1:	нет
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы к свойствам
Ответ 2:	да
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы на знание свойств

Рисунок А13. Вопрос 1.1 «Свойства уравнений и следствия из них»

Верно ли, что можно перенести любой член уравнения из одной части в другую, переменив при этом знак на противоположный?	
	Истина/ложь
Ответ 1:	да
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы к свойствам
Ответ 2:	нет
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы на знание свойств

Рисунок А14. Вопрос 1.2 «Свойства уравнений и следствия из них»

Верно ли, что, если прибавить к обеим частям уравнения один и тот же многочлен, получим уравнение равносильное данному?	
	Истина/ложь
Ответ 1:	да
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы к свойствам
Ответ 2:	нет
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы на знание свойств

Рисунок А15. Вопрос 1.3 «Свойства уравнений и следствия из них»

Верно ли, что если уравнение содержит дроби, в знаменатели которых входит неизвестное, то от дробей можно освободиться, умножив все члены на наименьшее общее кратное всех знаменателей, получив при этом уравнение равносильное данному?	
	Истина/ложь
Ответ 1:	нет
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы к свойствам
Ответ 2:	да
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы на знание свойств

Рисунок А16. Вопрос 1.4 «Свойства уравнений и следствия из них»

Являются ли равносильными уравнения $7x + 3 = 17$ и $14x + 6 = 24$?	
	Истина/ложь
Ответ 1:	нет, не являются
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств
Ответ 2:	да, являются
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к свойствам

Рисунок А17. Вопрос 2.1 «Свойства уравнений и следствия из них»

Являются ли равносильными уравнения $3x - 1 = 7$ и $x + 6 = 8$?	
	Истина/ложь
Ответ 1:	нет, не являются
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств
Ответ 2:	да, являются
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к свойствам

Рисунок А18. Вопрос 2.2 «Свойства уравнений и следствия из них»

Являются ли равносильными уравнения $8x-2=6$ и $2x+1=3$?	
	Истина/ложь
Ответ 1:	да, являются
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств
Ответ 2:	нет, не являются
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к свойствам

Рисунок А19. Вопрос 2.3 «Свойства уравнений и следствия из них»

Являются ли равносильными уравнения $3x+1=19$ и $5x-6=24$?	
	Истина/ложь
Ответ 1:	да, являются
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств
Ответ 2:	нет, не являются
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к свойствам

Рисунок А20. Вопрос 2.4 «Свойства уравнений и следствия из них»

Найти корень уравнения:
$(13x-15)-(9+6x)=-3x.$

*В ответе дробную часть отделять от целой с помощью точки.

	Числовой
Ответ 1:	2.4
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств
Ответ 2:	-100000:2.39999
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств
Ответ 3:	2.400001:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств

Рисунок А21. Вопрос 3.1 «Свойства уравнений и следствия из них»

Найти корень уравнения:
$12-(4x-18)=(36+4x)+(18-6x)$

	Числовой
Ответ 1:	-12
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств
Ответ 2:	-100000:-12.00001
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств
Ответ 3:	-11.99999:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств

Рисунок А22. Вопрос 3.2 «Свойства уравнений и следствия из них»

Найти корень уравнения: $1,6x-(x-2,8)=(0,2x+1,5)-0,7$	
	Числовой
Ответ 1:	-5
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств
Ответ 2:	-100000:-5.00001
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств
Ответ 3:	-4.99999:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств

Рисунок А23. Вопрос 3.3 «Свойства уравнений и следствия из них»

Найти корень уравнения: $(0,5x+1,2)-(3,6-4,5x)=(4,8-0,3x)+(10,5x+0,6)$. *В ответе дробную часть отделять от целой с помощью точки.	
	Числовой
Ответ 1:	-1.5
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств
Ответ 2:	-100000:-1.500001
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств
Ответ 3:	-1.499999:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	вопросы о решении уравнений с помощью свойств

Рисунок А24. Вопрос 3.4 «Свойства уравнений и следствия из них»

Найти корень уравнения: $\frac{x+4}{5} = 1.$	
	Числовой
Ответ 1:	1
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Решение задач с помощью уравнений
Ответ 2:	-100000:0.99999
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств
Ответ 3:	1.00001:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств

Рисунок А25. Вопрос 4.1 «Свойства уравнений и следствия из них»

Найти корень уравнения: $\frac{2x-3}{3} = -5.$	
	Числовой
Ответ 1:	-6
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Решение задач с помощью уравнений
Ответ 2:	-100000:-6.00001
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств
Ответ 3:	-5.99999:10000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств

Рисунок А26. Вопрос 4.2 «Свойства уравнений и следствия из них»

Найти корень уравнения:
$\frac{x-7}{3} = -2.$

	Числовой
Ответ 1:	1
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Решение задач с помощью уравнений
Ответ 2:	-100000:0.99999
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств
Ответ 3:	1.00001:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств

Рисунок А27. Вопрос 4.3 «Свойства уравнений и следствия из них»

Найти корень уравнения:
$\frac{3x+1}{2} = 8.$

	Числовой
Ответ 1:	5
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Решение задач с помощью уравнений
Ответ 2:	-100000:4.99999
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств
Ответ 3:	5.00001:100000
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Свойства уравнений и следствия из них" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о нахождении корня с помощью свойств

Рисунок А28. Вопрос 4.4 «Свойства уравнений и следствия из них»

Вопросы третьего блока относятся к разделу «Решение задач с помощью уравнений». В этом блоке 8 числовых вопросов.

В трех школах 3230 учащихся. Во второй школе на 420 учащихся больше, чем в первой, а в третьей на 350 учащихся больше, чем в первой. Сколько учащихся во второй школе?

	Числовой
Ответ 1:	1240
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы к задачам
Ответ 2:	-100000:1239.99999
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о решении задач
Ответ 3:	1240.00001:100000
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о решении задач

Рисунок А29. Вопрос 1.1 «Решение задач с помощью уравнений»

На трех полках 276 книг. На второй полке на 16 книг больше, чем на первой, а на третьей в два раза больше книг, чем на первой. Сколько книг на третьей полке?

	Числовой
Ответ 1:	130
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы к задачам
Ответ 2:	-100000:129.99999
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о решении задач
Ответ 3:	130.00001:100000
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о решении задач

Рисунок А30. Вопрос 1.2 «Решение задач с помощью уравнений»

Периметр треугольника равен 70 см. Первая сторона в три раза больше второй и на 7 см больше третьей сторон. Найти длину третьей стороны.	
Числовой	
Ответ 1:	26
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы к задачам
Ответ 2:	-100000:25.99999
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о решении задач
Ответ 3:	26.00001:100000
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о решении задач

Рисунок А31. Вопрос 1.3 «Решение задач с помощью уравнений»

В трех цехах завода работают 2400 человек. В первом цехе вдвое больше рабочих, чем во втором, а в третьем на 200 рабочих меньше, чем во втором. Сколько рабочих в первом цехе?	
Числовой	
Ответ 1:	1300
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопросы к задачам
Ответ 2:	-100000:1299.99999
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о решении задач
Ответ 3:	1300.00001:100000
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы о решении задач

Рисунок А32. Вопрос 1.4 «Решение задач с помощью уравнений»

Для приготовления рассола при засолке огурцов берут соли и воды в отношении $2:16$ соответственно. Сколько граммов соли необходимо для приготовления 360 г рассола?	
	Числовой
Ответ 1:	40
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Графический метод решения уравнений
Ответ 2:	-100000:39.99999
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к задачам
Ответ 3:	40.00001
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к задачам

Рисунок А33. Вопрос 2.1 «Решение задач с помощью уравнений»

В железной руде содержатся железо и примеси в отношении $7:2$. Сколько тонн железа получится из 189 т руды?	
	Числовой
Ответ 1:	147
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Графический метод решения уравнений
Ответ 2:	-100000:146.99999
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к задачам
Ответ 3:	147.00001:100000
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к задачам

Рисунок А34. Вопрос 2.2 «Решение задач с помощью уравнений»

Когда ученик прочитал $\frac{2}{5}$ всей книги, ему осталось прочитать еще 240 страниц. Сколько страниц в книге?	
	Числовой
Ответ 1:	400
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Графический метод решения уравнений
Ответ 2:	-100000:399.99999
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к задачам
Ответ 3:	400.00001
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к задачам

Рисунок А35. Вопрос 2.3 «Решение задач с помощью уравнений»

Когда спортсмен пробежал $\frac{3}{8}$ дистанции, ему осталось пробежать еще 3125 м. Определить длину дистанции.	
	Числовой
Ответ 1:	5000
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Графический метод решения уравнений
Ответ 2:	-1000000:4999.99999
Комментарий на ответ 2	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к задачам
Ответ 3:	5000.00001:1000000
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	0
Переход	Вопросы к задачам

Рисунок А36. Вопрос 2.4 «Решение задач с помощью уравнений»

Четвертый блок вопросов относится к разделу «Графический метод решения линейных уравнений». Он содержит 3 вопроса типа «множественный выбор».

Если два графика линейных функций пересекаются, то уравнение, которое является равенством этих линейных функций...	
	Множественный выбор
Ответ 1:	не имеет корней
Комментарий на ответ 1	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 1 к графическому методу решения
Ответ 2:	имеет два корня
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 1 к графическому методу решения
Ответ 3:	имеет бесконечное множество корней
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 1 к графическому методу решения
Ответ 4:	имеет один корень
Комментарий на ответ 4	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопрос 2 к графическому методу

Рисунок А37. Вопрос 1.1 «Графический метод решения линейных уравнений»

Если два графика линейных функций параллельны, то уравнение, которое является равенством этих линейных функций...	
	Множественный выбор
Ответ 1:	не имеет корней
Комментарий на ответ 1	
Баллы за ответ	1
Переход	Вопрос 3 к графичесокму методу
Ответ 2:	имеет два корня
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 2 к графическому методу
Ответ 3:	имеет бесконечное множество корней
Комментарий на ответ 3	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 2 к графическому методу
Ответ 4:	имеет один корень
Комментарий на ответ 4	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 2 к графическому методу

Рисунок А38. Вопрос 1.2 «Графический метод решения линейных уравнений»

Если два графика линейных функций совпадают, то уравнение, которое является равенством этих линейных функций ...	
	Множественный выбор
Ответ 1:	не имеет корней
Комментарий на ответ 1	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 3 к графичесокму методу
Ответ 2:	имеет два корня
Комментарий на ответ 2	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 3 к графичесокму методу
Ответ 3:	имеет бесконечное число корней
Комментарий на ответ 3	
Баллы за ответ	1
Переход	Конец кластера
Ответ 4:	имеет один корень
Комментарий на ответ 4	Повтори, пожалуйста тему "Графический метод решения уравнений" :-)
Баллы за ответ	0
Переход	Вопрос 3 к графичесокму методу

Рисунок А39. Вопрос 1.3 «Графический метод решения линейных уравнений»

Общее количество вопросов в «занятии» — 39.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Реализация двадцать третьего занятия «Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений»

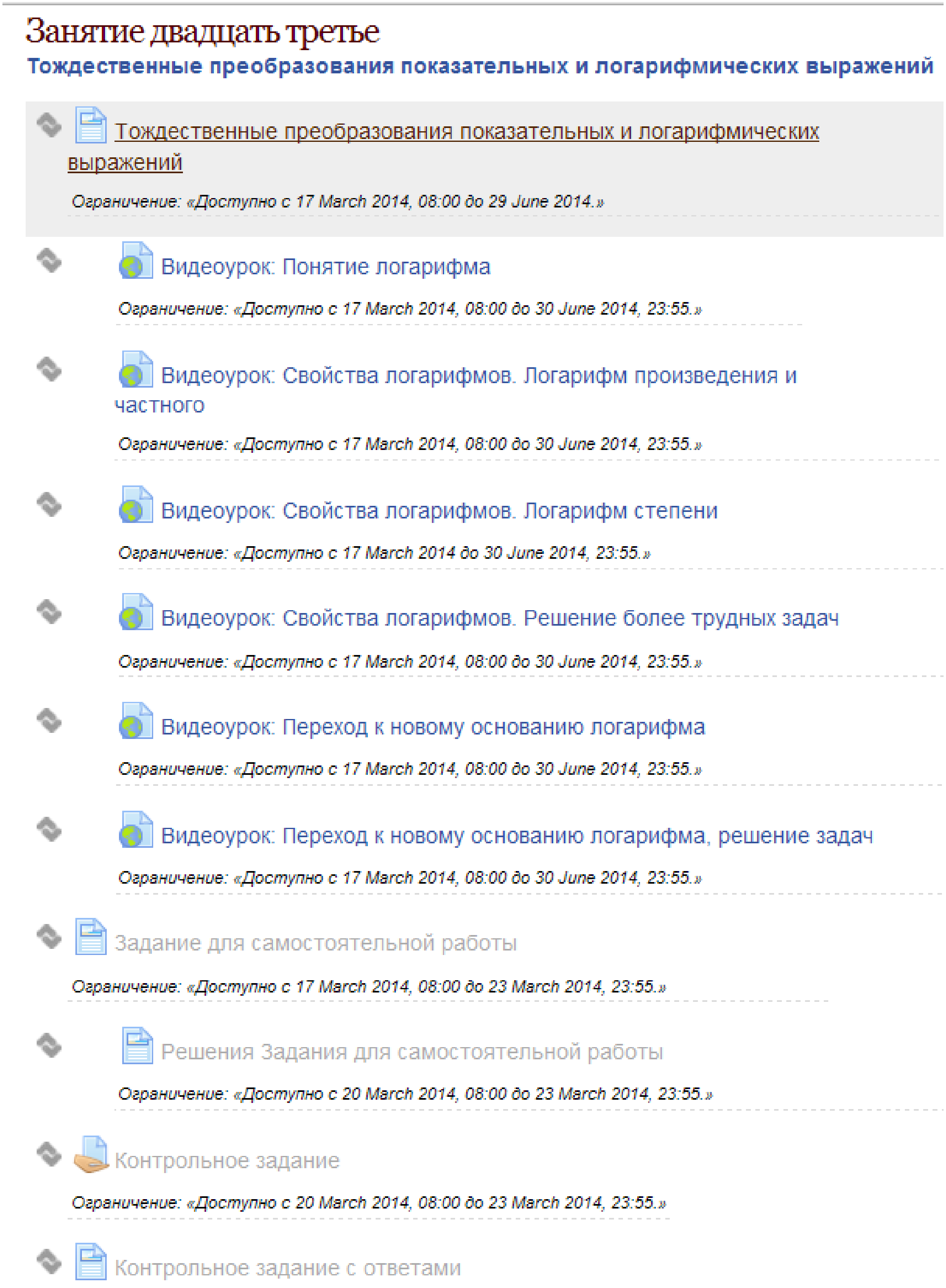


Рисунок Б1. Структура занятия 23 «Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений»

Теоретический материал оформлен в виде ресурса «страница».

Алгебра

Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.

Основные тождества

Тождества, используемые при решении показательных и логарифмических уравнений и неравенств $(a > 0, a \neq 1)$:

$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$ (1)

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ (2)

$a^0 = 1$ (3)

$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x, b > 0$ (4)

$(a^x)^y = a^{xy}$ (5)

$a^{\log_a x} = x, x > 0$ (6)

$\log_a xy = \log_a |x| + \ log_a|y|, xy > 0$ (7)

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|, xy > 0$ (8)

$\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x, x > 0$ (9)

$\log_a x^{2m} = 2m \log_a |x|, x \neq 0, m \in N$ (10)

$\log_a b = \frac{\log_x b}{\log_x a}, x > 0, x \neq 1, b > 0$ (11)

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, b > 0, b \neq 1$ (12)

$log_a x = \log_{a^k} x^k, x > 0, k \in R, k \neq 0$ (13)

$\log_{a^k} x^m = \frac{m}{k} \log_a x, x > 0, m, k \in R, k \neq 0.$ (14)

Задание для самостоятельного решения:

Алгебра

Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.

Задание для самостоятельной работы

Задача 1

Вычислить $\log_8 9,8$, зная, что $\log_{10} 2 = a \log_{10} 7 = b$.

Ответ:
$\frac{2b+a-1}{3a}$

Задача 2

Вычислить $\log_{\sqrt{3}} 8$, зная, что $\log_{12} 3 = a$.

Ответ:
$\frac{3(1-a)}{a}$

Задача 3

Чему равен $\lg 15$, если $\lg 6 = a$, $\lg 2 = b$?
$a - 2b + 1$

Задача 4

Вычислить $\log_4 192 - \log_2 \sqrt{3}$.

Ответ:
3

Задача 5

Вычислить $125^{\frac{1}{4 \log_2 5}}$.

Ответ:
$\sqrt[4]{8}$

Задача 6

Вычислить $\frac{\log_{16} 125 + \log_4 2}{\log_{16} 50 + \log_{16} 10}$.

Ответ:
1

Задача 7

Вычислить $\log_{2^{\frac{2}{3}}} 2^{\frac{5}{6}}$.

Ответ:
$\frac{5}{4}$

Задача 8

Вычислить $5^{3 - \log_5 15}$.

Ответ:
$\frac{25}{3}$

Задача 9

Вычислить $8^{\frac{\lg 4 + \lg 3}{\lg 2 + \lg 4}}$.

Ответ:
12

Задача 10

Вычислить $\sqrt{3}^{\log_3 4 + \log_{\sqrt[4]{3}} \sqrt{2}}$.

Ответ:
4

Задача 11

Вычислить $\log_2 \sqrt{48} - \log_2 \sqrt{3}$.

Ответ:
4

Решения «Задания для самостоятельной работы»:

Алгебра

Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.

Решения Задания для самостоятельной работы

Задача 1

Вычислить $\log_8 9,8$, зная, что $\log_{10} 2 = a\log_{10} 7 = b.$

Решение:

Пользуясь соотношением (11) получим

$$\log_8 9,8 = \frac{\log_{10} 9,8}{\log_{10} 8} = \frac{\log_{10}(49 \cdot 0,2)}{3\log_{10} 2} = \frac{2\log_{10} 7 + \log_{10} 2 - 1}{3\log_{10} 2} = \frac{2b+a-1}{3a}.$$

Ответ:

$\frac{2b+a-1}{3a}$

Задача 2

Вычислить $\log_{\sqrt{3}} 8$, зная, что $\log_{12} 3 = a$.

Решение:

$$\log_{\sqrt{3}} 8 = \log_3 64 = \log_3 4^3 = \log_3 4 = 3\log_3 \frac{12}{3} = 3(\log_3 12 - \log_3 3) = 3\left(\frac{1}{\log_{12} 3} - 1\right) = 3\left(\frac{1}{a} - 1\right) = \frac{3(1-a)}{a}.$$

Ответ:

$\frac{3(1-a)}{a}$

Задача 3

Чему равен $\lg 15$, если $\lg 6 = a$, $\lg 2 = b$?

Решение:

$\lg 6 = \lg 2 \cdot 3 = \lg 2 + \lg 3$,

$$\lg 15 = \lg 302 = \lg 30 - \lg 2 = \lg 3 \cdot 10 - \lg 2 = \lg 3 + \lg 10 - \lg 2 = \lg 6 - \lg 2 + 1 - \lg 2 = a - 2b + 1.$$

Ответ:

$a - 2b + 1$

Задача 4

Вычислить $\log_4 192 - \log_2 \sqrt{3}.$

Решение:

$$\log_4 192 - \log_2 (3)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\log_2 192 - \log_2 3) = \frac{1}{2}\log_2 \frac{192}{3} = \frac{1}{2}\log_2 64 = 3.$$

Ответ:

3

Задача 5

Вычислить $125^{\frac{1}{4\log_2 5}}$.

Решение:
$125^{\frac{1}{4\log_2 5}} = (5^3)^{\frac{1}{4}\log_5 2} = 5^{\frac{3}{4}\log_5 2} = 5^{\log_5 (2)^{\frac{3}{4}}} = 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{8}.$

Ответ:
$\sqrt[4]{8}$

Задача 6

Вычислить $\frac{\log_{16} 125+\log_4 2}{\log_{16} 50+\log_{16} 10}$.

Решение:
$\frac{\log_{16} 125+\log_4 2}{\log_{16} 50+\log_{16} 10} = \frac{\log_{16} 125\cdot 4}{\log_{16} 50\cdot 10} = \frac{\log_{16} 500}{\log_{16} 500} = 1.$

Ответ:

1

Задача 7

Вычислить $\log_{2^{\frac{2}{3}}} 2^{\frac{5}{6}}$.

Решение:
$\log_{2^{\frac{2}{3}}} 2^{\frac{5}{6}} = \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{6}\log_2 2 = \frac{5}{4}.$

Ответ:
$\frac{5}{4}$

Задача 8

Вычислить $5^{3-\log_5 15}$.

Решение:
$5^{3-\log_5 15} = 5^{\log_5 125-\log_5 15} = 5^{\log_5 \frac{125}{15}} = \frac{125}{15} = \frac{25}{3}.$

Ответ:
$\frac{25}{3}$

Задача 9

Вычислить $8^{\frac{\lg 4+\lg 3}{\lg 2+\lg 4}}$.

Решение:
$8^{\frac{\lg 4+\lg 3}{\lg 2+\lg 4}} = 8^{\frac{\lg 12}{\lg 8}} = 8^{\log_8 12} = 12.$

Ответ:

12

Задача 10

Вычислить $\sqrt{3}^{\log_3 4+\log_{\sqrt[4]{3}} \sqrt{2}}$.

Решение:
$\sqrt{3}^{\log_3 4+\log_{\sqrt[4]{3}} \sqrt{2}} = \sqrt{3}^{\log_{\sqrt{3}} \sqrt{4}+\log_{\sqrt{3}} 2} = \sqrt{3}^{\log_{\sqrt{3}} 4} = 4.$

Ответ:

4

Задача 11

Вычислить $\log_2 \sqrt{48} - \log_2 \sqrt{3}.$

Решение:
$\log_2 \sqrt{48} - \log_2 \sqrt{3} = \log_2 \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \log_2 \sqrt{\frac{48}{3}} = \log_2 16 = 4.$

Ответ:
4

Активный элемент «Контрольное задание».

Алгебра

Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.

Контрольное задание

Задача 1
Вычислить $9^{\log_2 \cos 45^\circ}$.

Задача 2
Найти значение выражения $1,5 \cdot 3^{\frac{\log_5 16}{\log_5 3}}$.

Задача 3
Если $\lg 2 = a$, то выражение $\lg 50$ равно?

Задача 4
Значение выражения $\frac{\log_3 2 + \log_3 8}{4 \log_3 2 - \log_{\sqrt[3]{3}} 2}$ равно?

Задача 5
Вычислить $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$.

Задача 6
Если $4^x + 4^{-x} = 3$, то чему равно $64^x + 64^{-x}$?

Задача 7
Вычислить $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^8 \cdot \ldots \cdot 3^{3n-1} = 27^5$.

Задача 8
Упростить $(x^{(1+\frac{1}{2\log_4 x})} + 8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}} + 1)^{\frac{1}{2}}$.

Задача 9
Вычислить $\log_4 |\sqrt{2} - \sqrt{3}| \cdot \log_{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} 5$.

Задача 10
Вычислить $\log_{\sqrt{2}+1}(3 + 2\sqrt{2}) - \log^2_{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{81} + \log_2 \frac{1}{16} + 5^{\log_{25} 36}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Реализация двадцать пятого занятия «Логарифмические уравнения, неравенства, системы показательных и логарифмических уравнений»

Теоретический материал оформлен в виде ресурса «Книга» и состоит из 3 параграфов:

- Логарифмические уравнения;
- Логарифмические неравенства;
- Системы показательных и логарифмических уравнений.

Алгебра

Логарифмические уравнения, неравенства, системы показательных и логарифмических уравнений

Логарифмические уравнения

Рассмотрим наиболее часто употребляемые методы решения логарифмических уравнений.

1. Решение уравнений, основанное на определении логарифма.

Пример 1.

$\log_3(5+4\log_3(x-1))=2$.

Решение:

Логарифмом числа bпо основанию $a(a>0, a\neq 1)$называется показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b.

Следовательно, $5+4\log_3(x-1)=3^2$или $4\log_3(x-1)=9-5$, $\log_3(x-1)=1$.

И снова по определению логарифма будем иметь $x-1=3^1$, $x=4$.

Проверка, которая является частью решения этого уравнения, подтверждает правильность полученного результата.

Ответ:

4

2. Решение уравнений потенцированием.

Пример 2.

$\log_2(3-x)+\log_2(1-x)=3$.

Решение:

Для нахождения области определения функции, стоящей в левой части, составим систему неравенств $\begin{cases} 3-x>0 \\ 1-x>0 \end{cases} \Rightarrow x<1$.

Применив тождество (7) $\log_a xy=\log_a|x|+\log_a|y|, xy>0$, можно записать, что $\log_2((3-x)(1-x))=3$, а по определению логарифма будем иметь $(3-x)(1-x)=2^3$, или $x^2-4x-5=0$.

Тогда $x_1 = 5$, $x_2 = -1$. Так как первое значение неизвестного не принадлежит области определения, то окончательно получим $x = -1$.

Ответ:

-1

3. Применение основного логарифмического тождества.

Пример 3.

$\log_2(9 - 2^x) = 10^{\lg(3-x)}$.

Решение:

Область определения $\begin{cases} 9 - 2^x & > & 0 \\ 3 - x & > & 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x & < & 9 \\ x & < & 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x & < & \log_2 9 \\ x & < & 3 \end{cases} \Rightarrow$ $x < 3$.

Применив в правой части тождество (6) $a^{\log_a x} = x$, $x > 0$, будем иметь $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$.

По определению логарифма $2^{3-x} = 9 - 2^x$,

$\frac{2^3}{2^x} = 9 - 2^x$,

$2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$,

$2^x = 1$, $x = 0$;

$2^x = 8$, $x = 3$ — посторонний корень.

Ответ:

0

4. Логарифмирование.

Пример 4.

$(x + 1)^{\lg(x+1)} = 100(x + 1)$.

Решение:

Область определения: $x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$.

Прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10.

$\lg(x + 1) \cdot \lg((x + 1) = \lg 100 + \lg(x + 1)$.

Обозначим $\lg(x + 1) = t$. Тогда уравнение примет вид $t^2 - t - 2 = 0$. Его решения $t_1 = -1$, $t_2 = 2$, т.е.

$\lg(x + 1) = -1$, $x + 1 = \frac{1}{10}$, $x = -0,9$;

$\lg(x + 1) = 2$, $x + 1 = 100$, $x = 99$.

Ответ:

$-0,9; 99$

5. Замена переменной.

Пример 5.

Решите уравнение $(\lg x)^2 - \lg x^3 + 2 = 0$.

Решение:

Введем переменную $t = \lg x$, $x > 0$. Исходное уравнение примет вид $t^2 - 3t + 2 = 0$.

Его решения $t_1 = 1$, $t_2 = 2$.

Отсюда $\lg x = 1$, $x = 10$;

$\lg x = 2$, $x = 100$.

Ответ:
$10; 100$

6. Переход к другому основанию.

Пример 6.
$1 + \log_2(x-1) = \log_{x-1} 4$.

Решение:
Область определения: $x > 1, x \neq 2$.
По свойству (11) $\log_a b = \frac{\log_x b}{\log_x a}$, $x > 0, x \neq 1$, $b > 0$.
$\log_{x-1} 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2(x-1)}$.
Обозначим $\log_2(x-1) = y$. Тогда наше исходное уравнение примет вид $1 + y = \frac{2}{y}$, или $y^2 + y - 2 = 0$, откуда $y_1 = -2$, $y_2 = 1$.
$\log_2(x-1) = -2$, $x - 1 = \frac{1}{4}$, $x_1 = \frac{5}{4}$;
$\log_2(x-1) = 1$, $x - 1 = 2$, $x_2 = 3$.

Ответ:
$\frac{5}{4}; 3$

Алгебра

Логарифмические уравнения, неравенства, системы показательных и логарифмических уравнений

Логарифмические неравенства

При решении логарифмических неравенств необходимо помнить, что функция $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1, x > 0)$является убывающей, если $0 < a < 1$, и возрастающей, если $a > 1$. Поэтому неравенства вида
$\log_a f(x) < \log_a \phi(x)$
при $0 < a < 1$равносильно системе
$$\begin{cases} f(x) > \phi(x) \\ \phi(x) > 0 \end{cases}$$
при $a > 1$ — системе
$$\begin{cases} f(x) < \phi(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$
Рассмотрим решение некоторых типичных логарифмических неравенств.

Пример 1.
$\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq 0$.

Решение:
Так как $\log_{\frac{1}{5}} 1 = 0$, то данное неравенство можно записать так:
$\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq \log_{\frac{1}{5}} 1$.
С учетом области определения функции это неравенство равносильно

системе неравенств

$\begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ \frac{4x+6}{x} \le 1 \end{cases}$ или $\begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ \frac{4x+6}{x} \le 0 \end{cases}$

Неравенства решаем методом интервалов:

$\begin{cases} 4(x+\frac{3}{2}) \cdot x > 0 \\ 3x(x+2) \le 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x+\frac{3}{2}) > 0 \\ x(x+2) \le 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-2; -\frac{3}{2})$.

Ответ:

$[-2; -\frac{3}{2})$

Пример 2.

$\log_{2x+3} x^2 < 1$.

Решение:

$\log_{2x+3} x^2 < \log_{2x+3}(x+3)$. Данное неравенство эквивалентно совокупности систем

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < 2x+3 < 1 \\ x^2 > 2x+3 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x+3 > 1 \\ 0 < x^2 < 2x+3 \end{cases} \end{array} \right.$$

Решая систему (1), получим

$\begin{cases} -\frac{3}{2} < x < -1 \\ (x-1)(x+1) > 0 \end{cases}$

Система (3) эквивалентна совокупности двух систем:

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} -\frac{3}{2} < x < -1 \\ x > 3 \end{cases} \\ \begin{cases} -\frac{3}{2} < x < -1 \\ x < -1 \end{cases} \end{array} \right.$

Система (4) не имеет решений. Решение системы (5):

$x \in (-\frac{3}{2}; -1)$.

Решая систему (2), получим $\begin{cases} x > -1 \\ (x-3)(x+1) < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x > -1 \\ -1 < x < 3 \end{cases}$ т. е. $x \in (-1; 3)$.

Ответ:

$[-\frac{3}{2}; -1) \cup (-1; 3)$

Пример 3.

$\log_{\frac{x+4}{2}}(\log_2 \frac{2x-1}{3+x} < 0$.

Решение:

Решением данного неравенства будет объединение множеств решений таких систем:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} 0 < \frac{x+4}{2} < 1 \\ \log_2 \frac{2x-1}{3+x} > 0 \\ \frac{2x-1}{3+x} > 0 \\ \log_2 \frac{2x-1}{3+x} > 1 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x+4}{2} > 1 \\ \log_2 \frac{2x-1}{3+x} > 0 \\ \frac{2x-1}{3+x} > 0 \\ \log_2 \frac{2x-1}{3+x} < 1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Решая систему (1), получим

$$\begin{cases} 0 < x+4 < 2 \\ \frac{2x-1}{3+x} \\ (x-\frac{1}{2})(x+3) > 0 \\ \frac{2x-1}{x+3} > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 < x < -2 \\ (x-\frac{1}{2})(x+3) > 0 \\ \frac{2x-1-2x-6}{3+x} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 < x < -2 \\ x+3 < 0 \\ x-\frac{1}{2} < 0 \end{cases}$$

Решая систему (2), получим

$$\begin{cases} x > -2 \\ \frac{2x-1}{x+3} > 1 \\ 2(x-\frac{1}{2})(x+3) > 0 \\ \frac{2x-1}{3+x} < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ \frac{2x-1-x-3}{x+3} > 0 \\ (x-\frac{1}{2})(x+3) > 0 \\ \frac{2x-1-2x-6}{3+x} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > 4 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in (4;+\infty).$$

Ответ:
$(-4;-3) \cup (4;+\infty)$

Алгебра

Логарифмические уравнения, неравенства, системы показательных и логарифмических уравнений

Системы показательных и логарифмических уравнений

Рассмотрим решение некоторых систем на примерах.

Пример 1.

$$\begin{cases} 2^{y-x}(x+y) = 1 \\ (x+1)^{x-y} = 2 \end{cases}.$$

Решение:

Область определения: $x+y>0$.

$$\begin{cases} x+y = \frac{1}{2^{y-x}} \\ (x+y)^{x-y} = 2 \end{cases}$$

из первого уравнения найдем, что $x+y=2^{x-y}$, и подставим во второе уравнение. Тогда

$(2^{x-y})^{x-y} = 2 \Rightarrow 2^{(x-y)^2} = 2 \Rightarrow (x-y)^2 = 1$

Решением данной системы будет решение совокупности систем
$\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$ и $\begin{cases} x-y=-1 \\ x+y=\frac{1}{2} \end{cases}$

Ответ:
$(\frac{3}{2};\frac{1}{2}),(-\frac{1}{4};\frac{3}{4})$

Пример 2.
$\begin{cases} \log_3 x+\log_3 y=2+\log_3 2 \\ \log_{27}(x+y)=\frac{2}{3} \end{cases}$.

Решение:
Область определения: $x>0, y>0$.
$\begin{cases} \log_3 x+\log_3 y=\log_3 9+\log_3 2 \\ \log_{27}(x+y)=\frac{2}{3} \end{cases}$
В первом уравнении воспользуемся тождеством (7), во втором — определением логарифма. Получим
$\begin{cases} \log_3 xy=\log_3 18 \\ (x+y)=(3^3)^{\frac{2}{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy=18 \\ x+y=9 \end{cases}$.
Решив последнюю систему, получим решение и данной системы.

Ответ:
$(6;3),(3;6)$

«Задание для самостоятельной работы».

Алгебра

Логарифмические уравнения, неравенства и системы показательных и логарифмических уравнений.

Задание для самостоятельной работы

Задача 1
Решить уравнение: $\log_4(2\log_3(1+\log_2(1+3\log_3 x)))=\frac{1}{2}$.
Ответ:
4.

Задача 2
Решить уравнение: $\log_{5-x}(x^2-2x+65)=2$.
Ответ:
-5.

Задача 3
Решить уравнение: $\log_3(x+1)+\log_3(x+3)=1$.
Ответ:
0.

Задача 4
Решить уравнение: $3^{\log_3 \lg\sqrt{x}}-\lg x+\lg^2 x-3=0$.

Ответ:
100.

Задача 5

Решить уравнение: $\left(\frac{\lg x}{2}\right)^{\lg^2 x+\lg x^2-2}=\lg\sqrt{x}$.
Ответ:
$10; 10^{-3}$.

Задача 6

Решить уравнение: $\log_4(x+3)-\log_4(x-1)=2-\log_4 8$.
Ответ:
5.

Задача 7

Решить уравнение: $\log_x(9x^2)\cdot\log_3^2 x=4$.
Ответ:
$\frac{1}{9}; 3$.

Задача 8

Решить уравнение: $\frac{1}{\log_6(x+3)}+\frac{2\log_{0,25}(4-x)}{\log_2(3+x)}=1$.
Ответ:
3.

Задача 9

Решить неравенство: $\log_8(x^2-4x+3)\leq 1$.
Ответ:
$[-1;1)\cup(3;5]$.

Задача 10

Решить неравенство: $\log_{0,5}(4-x)\geq\log_{0,5}2-\log_{0,5}(x-1)$.
Ответ:
$(1;2]\cup[3;4)$.

Задача 11

Решить неравенство: $\log_2(2^x-1)\cdot\log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1}-2)>-2$.
Ответ:
$(\log_2\frac{5}{4};\log_2 3)$.

Задача 12

Решить неравенство: $\log_{x^2}(2+x)<1$.
Ответ:
$(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(2;+\infty)$.

Задача 13

Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{4}}(x^2)+\frac{1}{\log_{(x-1)}\frac{1}{2}}\geq\log_{\frac{1}{2}}2$.
Ответ:
$(1;2)$.

Задача 14

Решить систему: $\begin{cases} x + y = 4 + \sqrt{y^2 + 2} \\ \lg x - 2\lg 2 = \lg(1 + \frac{1}{2}y) \end{cases}$.

Ответ:

$(5; \frac{1}{2})$.

Задача 15

Решить систему: $\begin{cases} 2\log_2 x - 3^y = 15 \\ 3^y \cdot \log_2 x = 2\log_2 x + 3^{y+1} \end{cases}$.

Ответ:

$(512; 1)$.

Его решение:

Алгебра

Логарифмические уравнения, неравенства и системы показательных и логарифмических уравнений.

Решение задания для самостоятельной работы

Задача 1

Решить уравнение: $\log_4(2\log_3(1 + \log_2(1 + 3\log_3 x))) = \frac{1}{2}$.

Решение:

По определению логарифма будем иметь:
$1 = \log_3(2^x - 7) = 3$ или $\log_3(2^x - 7) = 2$.
И снова воспользуемся определением:
$2^x - 7 = 3^2$ или $2^x = 16$. Откуда $x = 4$.
Проверка, являющаяся частью решения этого уравнения, подтверждает правильность полученного результата.

Ответ:

4.

Задача 2

Решить уравнение: $\log_{5-x}(x^2 - 2x + 65) = 2$.

Решение:

Воспользуемся определеним логарифма:
$x^2 - 2x + 65 = (5 - x)^2$ или $x^2 - 2x + 65 = 25 + x^2 - 10x$. Откуда $x = -5$.
Проверка: $\log_{10}(25 + 10 + 65) = \log_{10} 100 = 2$.

Ответ:

-5.

Задача 3

Решить уравнение: $\log_3(x + 1) + \log_3(x + 3) = 1$.

Решение:

Область определения:
$$\begin{cases} x+1>0 \\ x+3>0 \end{cases}$$
Откуда $x>-1$.
Воспользуемся свойством (7): $\log_3(x+1)(x+3)=1$.
По определению логарифма:
$(x+1)(x=3)=3$ или $x^2+4x=0$.
Тогда $x_1=0$, $x_2=-4$ — посторонний корень.

Ответ:
0.

Задача 4

Решить уравнение: $3^{\log_3 \lg\sqrt{x}}-\lg x+\lg^2 x-3=0$.

Решение:
Область определенеия:
$\begin{cases} \lg\sqrt{x}>0 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\lg x>0 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg x>0 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x>1$.
По свойству (6):
$\lg\sqrt{x}-\lg x+\lg^2 x-3=0$.
Воспользуемся свойством (9):
$\frac{1}{2}\lg x-\lg x+\lg^2 x-3=0$ или $\lg^2 x-\frac{1}{2}\lg x-3=0$.
Введем новую переменную $t=\lg x$.
Тогда уравнение примет вид: $t^2-\frac{1}{2}t-3=0$.
Решая это уравнение, получим $t_1=-\frac{3}{2}; t_2=2$.
Тогда $\lg x=-\frac{3}{2}$ и $x_1=10^{-\frac{3}{2}}$ — не удовлетворяет области определения.
$\lg_x=2$ и $x=100$.

Ответ:
100.

Задача 5

Решить уравнение: $\left(\frac{\lg x}{2}\right)^{\lg^2 x+\lg x^2-2}=\lg\sqrt{x}$.

Решение:
Область определения: $x>0$.
По свойству (9) $(\lg\sqrt{x})^{\lg^2 x+\lg x^2-2}=\lg\sqrt{x}$.
Согласно свойству (1) $\lg^2 x+\lg x^2-2=1$ или $\lg^2 x+2\lg x-3=0$.
Обозначим $\lg x=t$.
Тогда $t^2+2t-3=0$, $t_1=-3$, $t_2=1$.
$\lg x=-3$, $x=10^{-3}$; $\lg x=1$, $x=10$.

Ответ:
$10; 10^{-3}$.

Задача 6

Решить уравнение: $\log_4(x+3)-\log_4(x-1)=2-\log_4 8$.

Решение:

Область определения:

$\begin{cases} x+3>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x>1 \end{cases} \Rightarrow x>1$.

Применим свойства (7) и (8):

$\log_4 \frac{8(x+3)}{x-1}=2$.

По определению логарифма

$\frac{8(x+3)}{x-1}=16$ или $\frac{x+3}{x-1}=2$; $\frac{x+3-2x+2}{x-1}=0$. Следовательно, $x=5$.

Ответ:

5.

Задача 7

Решить уравнение: $\log_x(9x^2)\cdot\log_3^2 x=4$.

Решение:

Область определения: $x>0$.

Воспользуемся свойством (11)

$\frac{\log_3 9x^2}{\log_3 x}\cdot\log_3 x=4$ или $\log_3(3x)^2\cdot\log_3 x=4$; $2\log_3(3x)\cdot\log_3 x=4$;

$\log_3(3x)\cdot\log_3 x=2$.

Применим свойство (7) и получим $(\log_3 3+\log_3 x)\log_3 x=2$.

Оно равносильно уравнению $\log_3^2 x+\log_3 x=2$.

Введем новую переменную $t=\log_3 x$.

Тогда $t^2+t-2=0$.

Где $t_1=-2$, $\log_3 x=-2$, $x=\frac{1}{9}$;

$t_2=1$, $\log_3 x=1$, $x=3$.

Ответ:

$\frac{1}{9}; 3$.

Задача 8

Решить уравнение: $\frac{1}{\log_6(x+3)}+\frac{2\log_{0,25}(4-x)}{\log_2(3+x)}=1$.

Решение:

Область определения:

$\begin{cases} x+3>0 \\ 4-x>0 \\ \log_6(x+3)\neq 0 \\ \log_2(x+3)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x<4 \\ x\neq -2 \end{cases} \Rightarrow x\in(-3;-2)\cup(-2;4)$.

Перепишем уравнение в виде $\frac{1}{\log_6(x+3)}+\frac{2\log_{\frac{1}{4}}(4-x)}{\log_2(3+x)}=1$.

Применим к нему свойство (14) $\frac{1}{\log_6(x+3)}-\frac{\log_2(4-x)}{\log_2(3+x)}=1$.

Согласно свойству (11): $\log_{(x+3)} 6-\log_{(x+3)}(4-x)=1$.

Перепишем, используя (8): $\log_{(x+3)}(\frac{6}{4-x}) = 1$.
По определению логарифма
$\frac{6}{4-x} = x+3$; $\frac{6-4x-12+x^2+3x}{4-x} = 0$; $x^2 - x - 6 = 0$.
Откуда $x_1 = 3$, $x_2 = -2$ — не удовлетворяет области определения.

Ответ:
3.

Задача 9

Решить неравенство: $\log_8(x^2 - 4x + 3) \le 1$.

Решение:
Так как $\log_8 8 = 1$, то неравенство можно переписать в следующем виде: $\log_8(x^2 - 4x + 3) \le \log_8 8$. Так как основание $a = 8$, $a > 1$, то с учетом области определения эта функция равносильна системе неравенств
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 \le 8 \end{cases}$$
Решаем неравенства методом интервалов: $\begin{cases} (x-1)(x-3) > 0 \\ (x+1)(x-5) \le 0 \end{cases} \Rightarrow$
$x \in [-1; 1) \cup (3; 5]$.

Ответ:
$[-1; 1) \cup (3; 5]$.

Задача 10

Решить неравенство: $\log_{0,5}(4-x) \ge \log_{0,5} 2 - \log_{0,5}(x-1)$.

Решение:
Применим к неравенству свойство (8):
$\log_{0,5}(4-x) \ge \log_{0,5}(\frac{2}{x-1})$.
Учитывая область определения и то, что основание $0 < 0,5 < 1$, заменим неравенство на эквивалентную ей систему.
$$\begin{cases} 4 - x \le \frac{2}{x-1} \\ 4 - x > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x \le \frac{2}{x-1} \\ 4 - x > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x - x^2 - 4 + x - 2}{x-1} \le 0 \\ x < 4 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1} \ge 0 \\ x < 4 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} (x-2)(x-3)(x-1) \ge 0 \\ x < 4 \\ x > 1 \end{cases}$$
$x \in (1; 2] \cup [3; 4)$.

Ответ:
$(1; 2] \cup [3; 4)$.

Задача 11

Решить неравенство: $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 2) > -2$.

Решение:
Перепишем неравенство, используя свойства (2) и (14):
$-\log_2(2^x - 1) \cdot \log_2 2(2^x - 1) > -2$

Применим к нему свойство (7) $\log_2(2^x-1)\cdot(\log_2 2+\log_2(2^x-1))<2$, что равносильно $\log_2^2(2^x-1)+\log_2(2^x-1)-2<0$.

Введем новую переменную $t=\log_2(2^x-1)$.

Тогда неравенство запишется следующим образом: $t^2+t-2<0$.

Следовательно, $t\in(-2;1)$.

$$\begin{cases}\log_2(2^x-1)>-2\\ \log_2(2^x-1)<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2^x-1)>2^{-2}\\ (2^x-1)<2\\ 2^x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^x>\frac{5}{4}\\ 2^x<3\\ 2^x>1\end{cases}$$

Тогда $x\in(\log_2\frac{5}{4};\log_2 3)$.

Ответ:

$(\log_2\frac{5}{4};\log_2 3)$.

Задача 12

Решить неравенство: $\log_{x^2}(2+x)<1$.

Решение:

Неравенство эквивалентно совокупности систем

$$\begin{cases}2+x<x^2\\ x^1>1\\ x+2>0\end{cases}\text{и}\begin{cases}2+x>x^2\\ 0<x^2<1\\ x+2>0\end{cases}$$

Решением первом системы будет множество $(-2;-1)\cup(2;+\infty)$, а второй — $(-1;0)\cup(0;1)$.

Решением совокупности систем будет объединение этих множеств.

Ответ:

$(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(2;+\infty)$.

Задача 13

Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{4}}(x^2)+\frac{1}{\log_{(x-1)}\frac{1}{2}}\geq\log_{\frac{1}{2}}2$.

Решение:

Применим к неравенству свойство (12):

$\log_{\frac{1}{4}}(x^2)+\log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geq\log_{\frac{1}{2}}2$

По свойству (14) получим $\log_{\frac{1}{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geq\log_{\frac{1}{2}}2$.

По свойству (7) $\log_{\frac{1}{2}}x(x-1)\geq\log_{\frac{1}{2}}2$.

Учитывая область определения и то, что основание $0<\frac{1}{2}<1$ перейдем к системе, эквивалентной неравенству:

$$\begin{cases}x(x-1)\leq 2\\ x-1>0\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-x-2\leq 0\\ x>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)(x-2)\leq 0\\ x>1\end{cases}\Rightarrow x\in(1;2).$$

Ответ:

$(1;2)$.

Задача 14

Решить систему: $\begin{cases} x+y=4+\sqrt{y^2+2} \\ \lg x - 2\lg 2 = \lg(1+\frac{1}{2}y) \end{cases}$.

Решение:

Область определения:

$\begin{cases} y^2+2\geq 0 \\ x>0 \\ 1+\frac{1}{2}y>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2\geq -2 \\ x>0 \\ \frac{1}{2}y>-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2\geq 0 \\ x>0 \\ y>-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ y>-2 \end{cases}$

Используя свойства (8) и (9) получим:

$\begin{cases} x+y=4+\sqrt{y^2+2} \\ \lg\frac{x}{4}=\lg(1+\frac{1}{2}y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4+\sqrt{y^2+2} \\ \frac{x}{4}=1+\frac{1}{2}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4+\sqrt{y^2+2} \\ x=4+2y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4+2y+y=4+\sqrt{y^2+2} \\ x=4+2y \end{cases}$

Решим первое уравнение:

$\begin{cases} 9y^2=y^2+4 \\ y\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=\frac{1}{4} \\ y\geq 0 \end{cases} \Rightarrow y=\frac{1}{2}$.

Тогда $4x=4+2\cdot\frac{1}{2}$; $x=5$.

Ответ:

$(5;\frac{1}{2})$.

Задача 15

Решить систему: $\begin{cases} 2\log_2 x - 3^y = 15 \\ 3^y\cdot\log_2 x = 2\log_2 x + 3^{y+1} \end{cases}$.

Решение:

Область определения: $x>0$.

В первом уравнении выразим 3^yи воспользуемся свойством (2).

$\begin{cases} 3^y = 2\log_2 x - 15 \\ 3^y\cdot\log_2 x = 2\log_2 x + 3\cdot 3^y \end{cases}$

Подставим первое уравнение во второе и решим его.

$2\log_2^2 x - 15\log_2 x = 2\log_2 x + 6\log_2 x - 45$.

Введем переменную $t=\log_2 x$.

$2t^2-23t+45=0$. Где $t_1=9$, $x=512$;

$t_2=2,5$, $x=2^{2,5}$.

Тогда $3^y=2\cdot 9-15$, $y=1$;

$3^y=2\cdot 2,5-15$, $3^y=-10$, значит $x=2^{2,5}$— посторонний корень.

Ответ:

$(512;1)$.

Алгебра

Логарифмические уравнения, неравенства и системы показательных и логарифмических уравнений.

Контрольное задание

Задача 1

Решить уравнение: $\log_4(2\log_3(1+\log_2 x))=1$.

Задача 2

Решить уравнение: $9^{\log_3(1-2x)}=5x^2-5$.

Задача 3

Решить уравнение: $x^{\log_{\sqrt{x}}(x-2)}=9$.

Задача 4

Решить уравнение: $\log_3(4\cdot 3^x-1)=2x+1$.

Задача 5

Решить уравнение: $\sqrt{\log_2(2x^2)\cdot\log_4(16x)}=\log_4 x^3$.

Задача 6

Решить уравнение: $\frac{\lg(\sqrt{x+1}+1)}{\lg\sqrt[3]{x-40}}=3$.

Задача 7

Решить уравнение: $\left(\frac{1}{5}\right)^{\lg^2 x-\lg x}=\frac{1}{125}\cdot 5^{\lg x-1}$.

Задача 8

Решить уравнение: $\lg^2(100x)-\lg^2(10x)+\lg^2 x=6$.

Задача 9

Решить неравенство: $\log_3\frac{1-2x}{x}\le 0$.

Задача 10

Решить неравенство: $\log_{0,1}(\log_2\frac{x^2+1}{x-1})<0$.

Задача 11

Решить неравенство: $\log_x(x^3-x^2-2x)<3$.

Задача 12

Решить неравенство: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)}>1$.

Задача 13

Решить неравенство: $\log_{x^2+2x-3}\frac{|x+4|-|x|}{x-1}>0$.

Задача 14

Решить систему: $\begin{cases}\log_2(x-y)=5-\log_2(x+y)\\ \frac{\lg x-\lg 4}{\lg y-\lg 3}=-1\end{cases}$

Задача 15

Решить систему: $\begin{cases}4^{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}}=32\\ \log_3(x-y)=1-\log_3(x+y)\end{cases}$

Список используемых источников

1. Информационный портал о дистанционном обучении [Электронный ресурс] ― Режим доступа: http://distance-learning.ru/db/el/0DD78502474DC002C3256F5C002C1C68/doc.html. Дата доступа: 06.02.2014
2. Дистанционная школа Центра информатизации образования Калининградского областного института развития образования [Электронный ресурс] ― Режим доступа: http://do.baltinform.ru ; Дата доступа: 15.03.2014
3. Новосибирский центр продуктивного обучения «Школа-плюс» [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://www.schoolplus.ru/dms; — Дата доступа: 15.03.2014
4. Дистанционная школа «Летидор» [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://letidor.ru; —Дата доступа: 17.03.2014
5. Интернет-школа «Просвещение» [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://www.internet-school.ru ; — Дата доступа: 19.03.2014
6. Русская Дистанционная Школа «Российский Аттестат» при научно-педагогическом центре «Макаренко» [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://rus-shkola.gr; — Дата доступа: 19.03.2014
7. Дистанционная школа «Досвита» [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://dosvita.com; — Дата доступа: 20.03.2014
8. UMS-школа (Universal Math Solver) [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://www.umsolver.com/russian/school; — Дата доступа: 24.03.2014
9. Очно-заочная школа по математике и информатике Белорусского государственного унивеситета при факультете прикладной математики и информатики [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://www.school.bsu.by/do.htm; — Дата доступа: 25.03.2014
10. Дистанционное обучение при Лицее БГУ [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://www.lyceum.by/platnie-uslugi/distantsionnoe-obuchenie.html; — Дата доступа: 25.03.2014
11. Полат Е. С. Модели дистанционного обучения [Электронный документ] —Режим доступа: http://distant.ioso.ru/for%20teacher/25-11-04/model.htm. — Дата доступа: 12.04.2014
12. Анисимов А. М. Работа в системе дистанционного обучения Moodle/ А. М. Анисимов — Харьков, ХНАГХ, 2009. — 292 с.
13. Башмаков А. И. Разработка компьютерных учебников и обучающих систем/ А. И. Башмаков, И. А. Башмаков — М.: информационно-издательский дом «Филин», 2003. — 616 с.

14. Говоров В. М, Сборник конкурсных задач по математике для поступающих в ВУЗы / В. М. Говоров, П.Т. Дыбов, Н.В. Мирошин, С.Ф. Смирнова — 3-е изд., испр. И доп. — М.: ООО «Издательский дом «оникс 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003. — 480 с.
15. Информационный портал Moodle [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://docs.moodle.org/; — Дата доступа: 10.05.2014
16. Справочный материал «Элементарная математика. Геометрия» [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://www.dl.bsu.by/course/view.php?id=304; — Дата доступа: 17.05.2014
17. Справочный материал «Элементарная математика. Алгебра» [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://www.dl.bsu.by/course/view.php?id=305; — Дата доступа: 17.05.2014
18. Образовательный портал [Электронный ресурс] — Режим доступа: http://interneturok.ru/ru /; — Дата доступа: 30.05.2014
19. «Организация дистанционного обучения с помощью современных ИКТ: Методические рекомендации для педагогов образовательных учреждений.» г. о. Новокуйбышевск, 2009 г.
20. Позняк Ю.В., Шваркова Г.Г. Математические образовательные практики с использованием динамической геометрии. //Веб-программирование и Интернет-технологии WebConf2012: материалы 2 Международной научено-практической конференции, 5-7 июня 2012 г., Минск / Белорусский государственный университет, механико-матетматический факультет. – Минск,2012. – с.55-56. Электронный документ http://elib.bsu.by/handle/123456789/20532.
21. Статья про ДО в ДШЮМ на сайте БГУ Chttp://www.bsu.by/main.aspx?guid=1161&detail=501903
22. Статья про модель